

تحلیل حوزه زمانی سیستم‌های کنترل: $C(t) = C_t(t) + C_{ss}(t)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C_t(t) = 0$$

- پاسخ گذرا C_t

- پاسخ ماندگار، حالت دائم C_{ss}

(طول استمرار پاسخ گذرا باید خیلی کوتاه باشد)

- در سیستم‌های کنترل "بسته" مواقع، سیگنال ورودی معلوم نیست و لذا برای بررسی عملکرد یک سیستم کنترلی، به ورودی‌های آزمایشی متوسل می‌شویم.

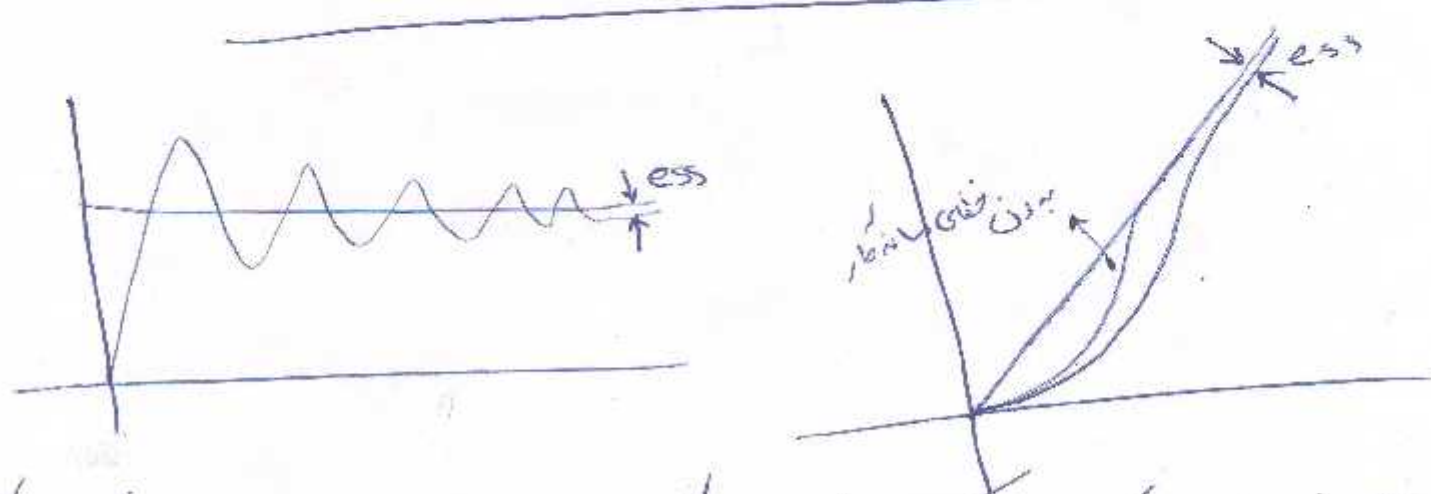


ورودی‌های آزمایشی

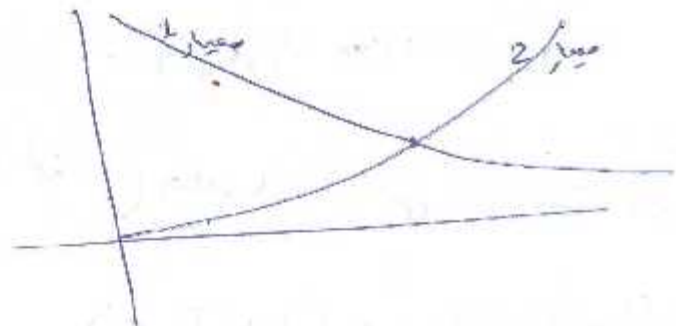
- پله واحد $u(t)$
- شیب واحد $t u(t)$
- سکمی واحد $t^2 u(t)$

در تحلیل پاسخ پله یک سیستم کنترل، به بسیاری از مشخصه‌های عملکردی یک سیستم جوابداده دست

بررسی خطای حالت دائمی (مانده کار) e_{ss} :

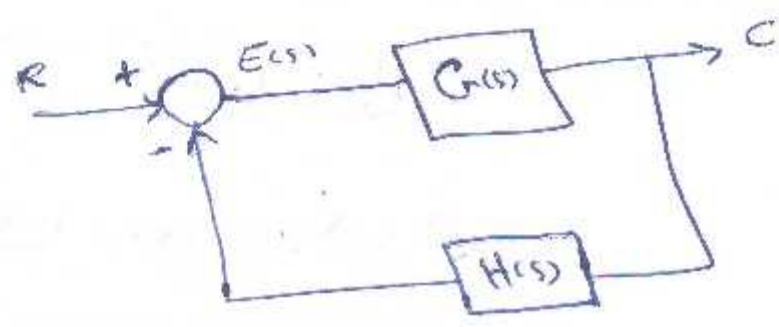
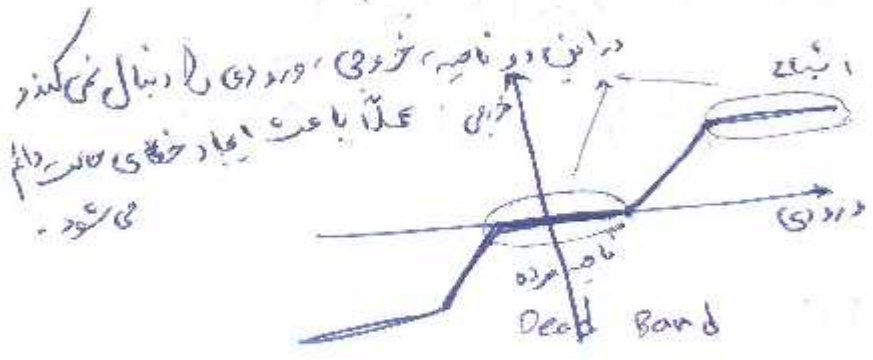


در برخی موارد، کاهش درجه الزامی خطای ماندگار، می‌تواند روی برخی مشخصه‌های عملکردی سیستم اثر منفی بگذارد و لذا در این موارد با بستن به یک مصالحه مجبوره می‌شود.



نشان دهنده ایجاد خطا حالت داریم:

- ۱- فرسودگی
- ۲- غیر خطی بودن عناصر



$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

قضیه مقدار محاسباتی

$$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$E_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$

✓ در برقی موارد داریم:

$$E = R - C$$

$$E = R - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R = \left(\frac{1 + G(s)H(s) - G(s)}{1 + G(s)H(s)} \right) R$$

$$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

* اگر ما که قضیه خاصی نماند، همان تعریف اول E استفاده کردیم
 * دقت کنید که خطای ممانده، وقتی مقدار دار است که سیستم پایدار باشد

تعریف نوع سیستم (system type):

فرض کنید تابع حلقه باز سیستم عبارت زیر باشد:

$$G(s)H(s) = \frac{K (1+T_1s)(1+T_2s)\dots(1+T_ms)}{s^N (1+T_as)(1+T_bs)\dots(1+T_ns)}$$

N مرتبه در مخرج

$\rightarrow N: \text{Type}$

نوع سیستم با مرتبه سیستم متفاوت است. مرتبه سیستم بالاترین توان s در مخرج است. (مخرج تابع انتقال) است.

خطای ورودی پله واحد:

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \times \frac{1}{s}}{1 + G(s)H(s)}$$

$$= \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)} = \frac{1}{1 + K_p}$$

ویسیت $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)$ ثابت خطای پله واحد

$$N=0 \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+K}$$

$$N=1 \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

$$N \geq 1 \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

نتیجه: برای سیستم نوع صفر با فرضی

ورودی پله، با افزایش K

خطای ماندگار کمتر می شود البته

شرطی که سیستم پایدار باشد.

همچنین می توان دید که سیستم نوع 1 و بالاتر، برای ورودی پله هیچ خطای
ندارند.

خطای ورودی سیبواحه:

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1 + G(s) H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \times \frac{1}{s^2}}{1 + G(s) H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + s G H(s)}$$

$$= \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s G(s) H(s)} = \frac{1}{K_v}$$

ثابت خطای سیبواحه $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) H(s)$

$$N=0 \Rightarrow K_v = 0 \Rightarrow e_{ss} = \infty$$

$$N=1 \Rightarrow K_v = K \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{K}$$

$$N=2 \Rightarrow K_v = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$$

$$N > 2 \Rightarrow K_v = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$$

نکته: سیستم نوع صفر قادر به دنبال کردن ورودی سیبواحه نیست.

- در سیستم نوع 1، هر چه K بزرگتر شود خطا کمتر می شود (به شرط پایداری)

- سیستم نوع 2 و بالاتر، برای ورودی سیبواحه هیچ خطایی ندارند.

مر ۵۴

$$R(s) = \frac{1}{s^3}$$

خطای ورودی کمی واره

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1 + G(s) H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \times \frac{1}{s^3}}{1 + G(s) H(s)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s) H(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) H(s)} = \frac{1}{K_a}$$

خطای
کمی واره

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) H(s)$$

$$N=0 \rightarrow K_a=0 \rightarrow e_{ss}=\infty$$

$$N=1 \rightarrow K_a=0 \rightarrow e_{ss}=\infty$$

$$N=2 \rightarrow K_a=K \rightarrow e_{ss}=\frac{1}{K}$$

$$N=3 \rightarrow K_a=\infty \rightarrow e_{ss}=0$$

$$N>3 \rightarrow K_a=\infty \rightarrow e_{ss}=0$$

توضیح: سیستم های نوع صفر و اول دارای تقویت ورودی می باشند
در سیستم های نوع ۲ و بالاتر، برای ورودی پله ای و پله ای
جمع خطای نولار نه.

سیستم های نوع ۲، دارای شتاب را با مقدار خطای دائمی ناپای
دنبال می کنند.

لازم است تابع مورد نظر هیچ قطبی در نیم صفحه راست و یا روی محور مختصات نداشته باشد.

است: تابع به هر حلقه با یک سیستم حلقه به با فیدبک واحد به صورت زیر است. برای هر خط حالت ماندگار، سیستم حلقه به به ورودی یک واحد تقریباً صحیح است؟ برق ۵۵

(1) 0

(2) 0

(3) 1.0

(4) ∞

$$G(s) = \frac{2K}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = K \Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+K}$$

$$K \uparrow \Rightarrow e_{ss} \downarrow$$

معادله مشخصه = $s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + 2K = 0$

s^3	1	5
s^2	4	$2+2K$
s^1	$\frac{18-2K}{4}$	0
s^0	$2+2K$	0

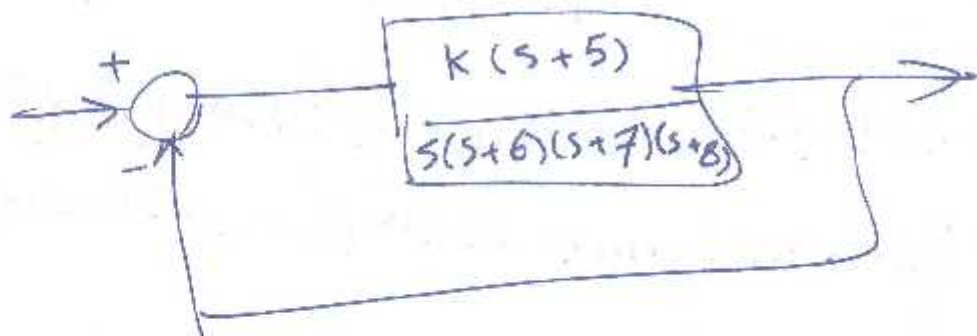
$$\Rightarrow \begin{cases} 18-2K > 0 \rightarrow 18 > 2K \\ \Rightarrow K < 9 \\ 2+2K > 0 \rightarrow K > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1 < K < 9$$

$$\Rightarrow e_{ss \min} = \frac{1}{1+9} = 0.1$$

(گزینه الف)

مثال) به ازای چه مقدار K خطای حالت دائمی ورودی $\frac{1}{10}$ است؟



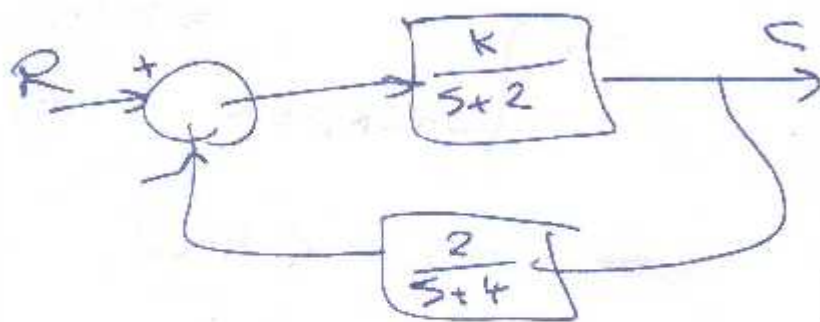
$$e_{ss} = \frac{1}{10} = \frac{1}{K_v} \Rightarrow K_v = 10$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \frac{5K}{6 \times 7 \times 8} = \frac{5K}{336} = 10$$

$$\Rightarrow K = 672$$

با به یابار کوچک شود. $K < 263.6$ یا به یابار است.

مثال) خطای حالت دائمی به ورودی $\frac{1}{10}$ واحد چیست؟ به ازای چه مقدار K این خطا به اقل می شود؟



$$E = R - C$$

$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{K}{s+2}}{1 + \frac{2K}{(s+2)(s+4)}}$$

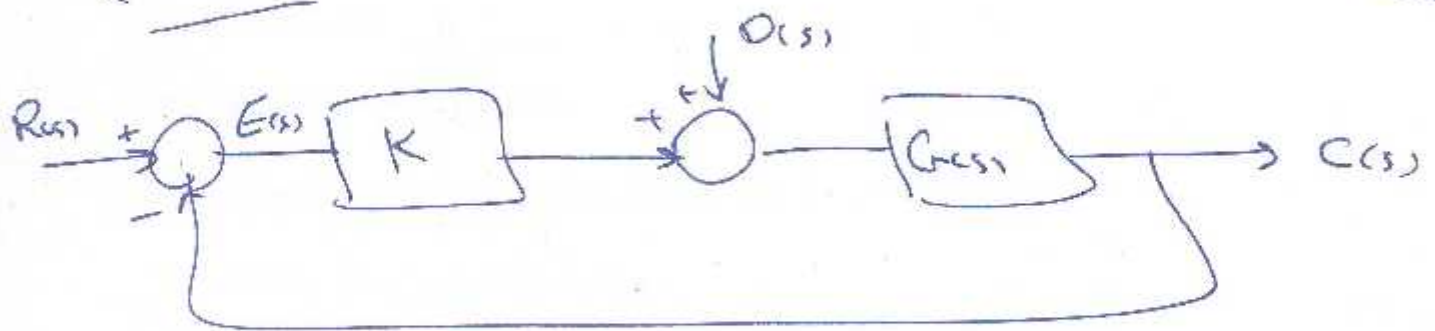
$$\Rightarrow E = R \left(1 - \frac{K(s+4)}{(s+2)(s+4) + 2K} \right)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = 1 - \frac{4K}{8 + 2K} = \frac{8 - 2K}{8 + 2K} = \frac{4 - K}{4 + K}$$

$$e_{ss} = 0 \Leftarrow K = 4 \leftarrow$$

سؤال ۸-۱: خطای ماندگار، سیستم ملته به زیر به سیستم انتقالی به

$d(t) = u(t)$ برابر B است. میزان خطای ماندگار، ناشی از ورودی مرجع $R(t) = u(t)$ چه مقدار است؟ (برق ۷۳)



الف) $1-B$ ب) $1-\frac{1}{K}$ ج) $1-KB$ د) $1-\frac{B}{K}$

$$E_{ss} \Big|_{D(s)=\frac{1}{s}} = -B \Rightarrow E_{ss} \Big|_{R(s)=\frac{1}{s}} = ???$$

$$\frac{E}{D} = \frac{-G}{1+KG} \Rightarrow E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{s} \times \frac{-G}{1+KG}$$

$$\Rightarrow E_{ss} = \frac{-G}{1+KG} = -B$$

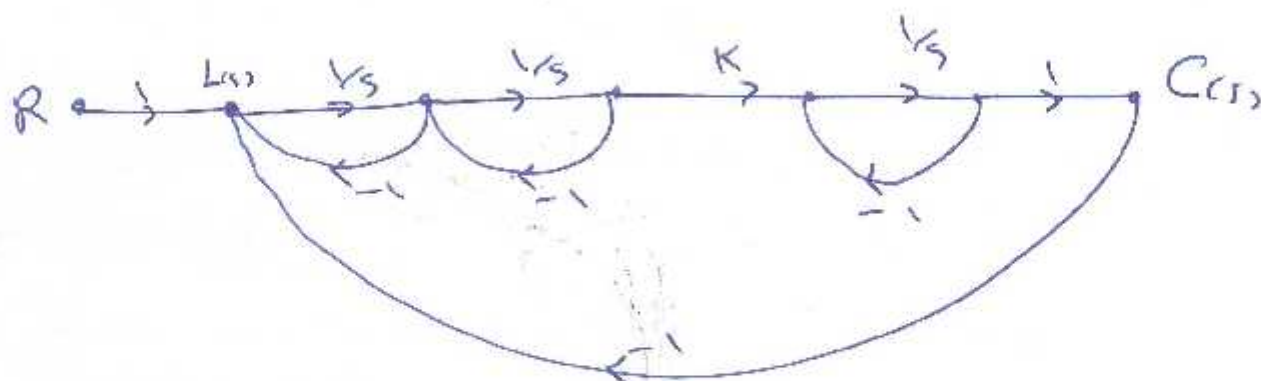
$$\Rightarrow B + BKG = G \Rightarrow G = \frac{B}{1-KB}$$

$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1+KG} \Rightarrow E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+KG} = \frac{1}{1+KG}$$

$$= \frac{1}{1+K\left(\frac{B}{1-KB}\right)} = 1-KB$$

(گزینه ج)

سؤال: در نمودار SFG زیر خيانتی $E(s) = R - C$ صدق است؟ (برق ۱۹)



- الف) $E(s) = L(s)$ را؛ $0 < K < 6$ داریم $E(s) = \frac{2}{K}$
 ب) $E(s) \neq L(s)$ را؛ $K > 0$ داریم $E(s) = \frac{1}{K}$
 ج) $E(s) = L(s)$ را؛ $K > 0$ داریم $E(s) = \frac{1}{K}$
 د) $E(s) \neq L(s)$ را؛ $0 < K < 6$ داریم $E(s) = \frac{2}{K}$

$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{K}{s^3}}{1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \frac{K}{s^3} + \frac{1}{s} \frac{1}{s} + \frac{1}{s} \frac{1}{s}} = \frac{K}{s^3 + 3s^2 + 2s + K}$$

$$E(s) = R(s) - C(s) = R \left(1 - \frac{K}{s^3 + 3s^2 + 2s + K} \right)$$

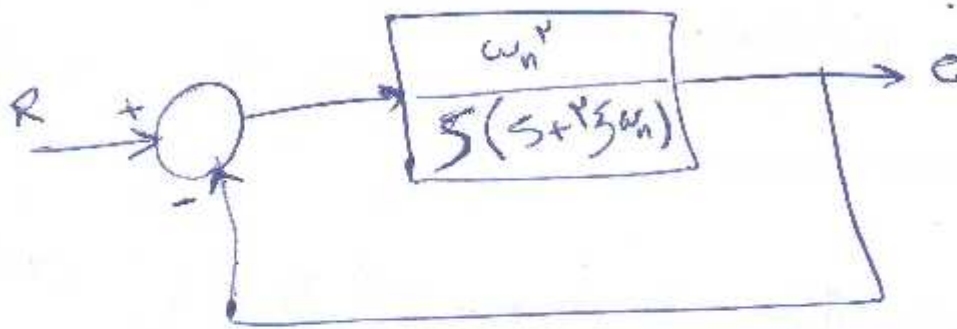
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{s^2} \left(1 - \frac{K}{s^3 + 3s^2 + 2s + K} \right)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \left(\frac{s^3 + 3s^2 + 2s}{s^3 + 3s^2 + 2s + K} \right) = \frac{2}{K}$$

Non-tracking $E(s) \neq L(s)$ (کنترل کننده)

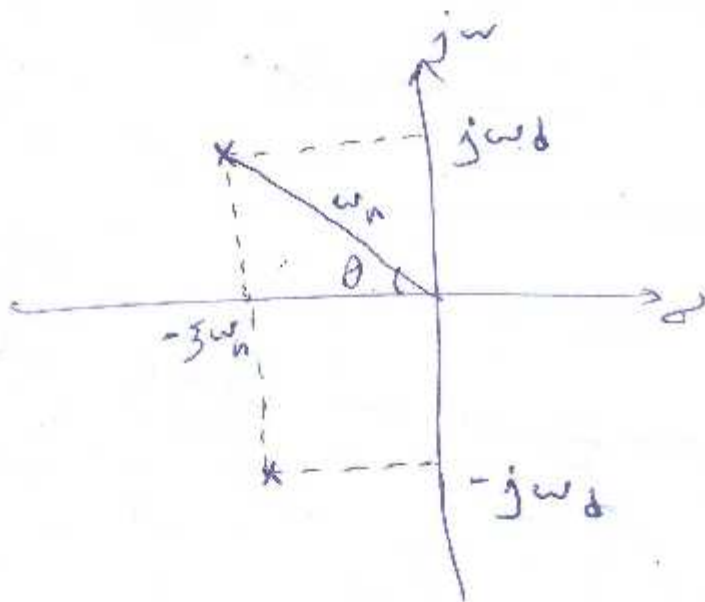
تحلیل سیستم های کنترل در حوزه زمان - تحلیل پاسخ گذرا

سیستم مرتبه دوم نمونه :



معادله مشخصه : $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

$$\frac{C}{R} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

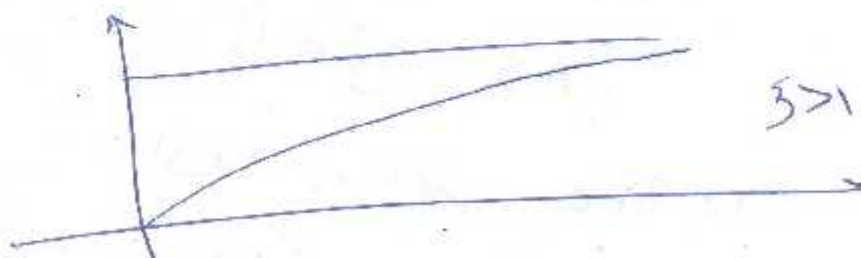
ζ : ضریب باطنیت میرایی

ω_n : فرکانس طبیعی نامیرای سیستم

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ فرکانس طبیعی میرای سیستم

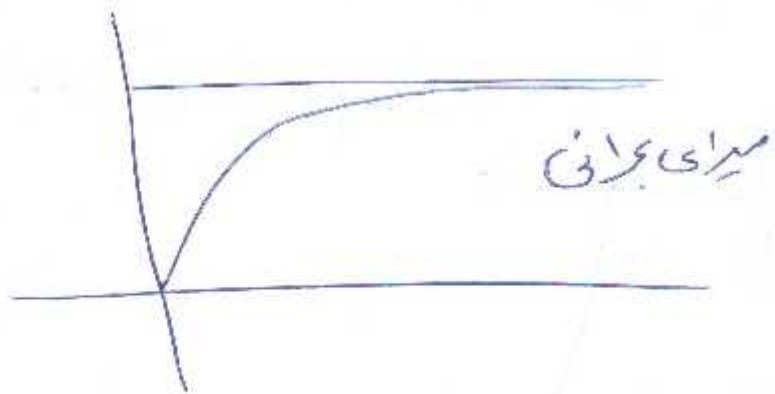
حال حالات مختلفی می تواند رخ دهد :

۱- $\zeta > 1$ ← مدار در ریشه حقیقی متمایز خواهد داشت. در این حالت خروجی بصورت زیر است :

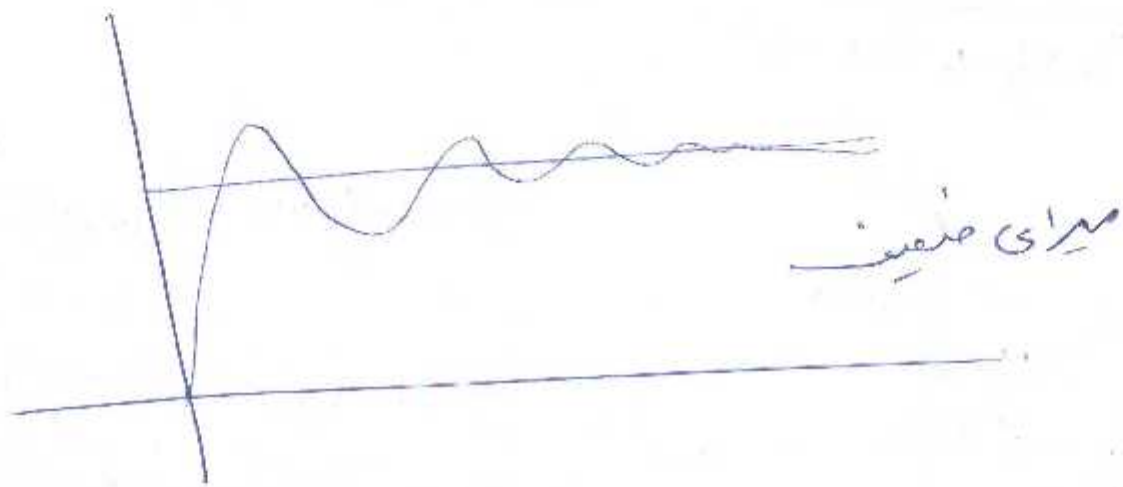


میرای شده $\rightarrow \zeta > 1$

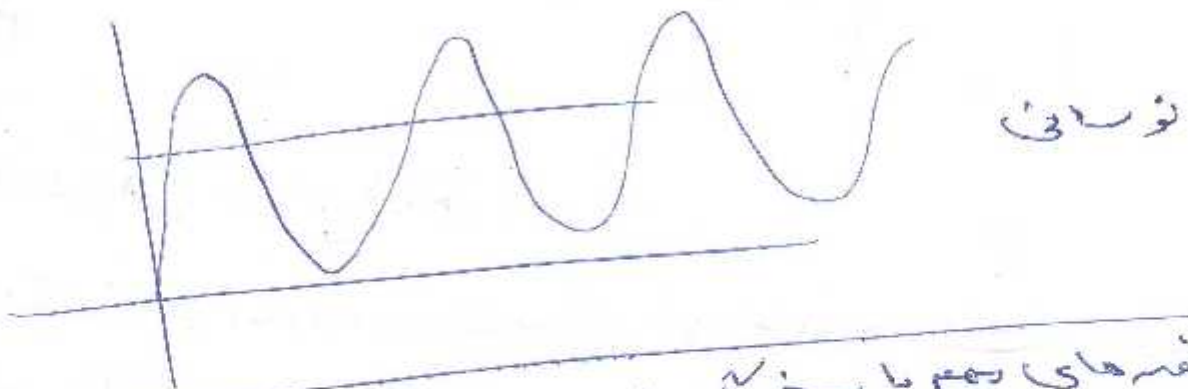
۲- $\zeta = 1$ ← دورتیه حقیقی تکراری دارد.



۳- $0 < \zeta < 1$ ← دورتیه مختلط دارد.



۴- $\zeta = 0$ ← دورتیه صحتی خالص دارد.



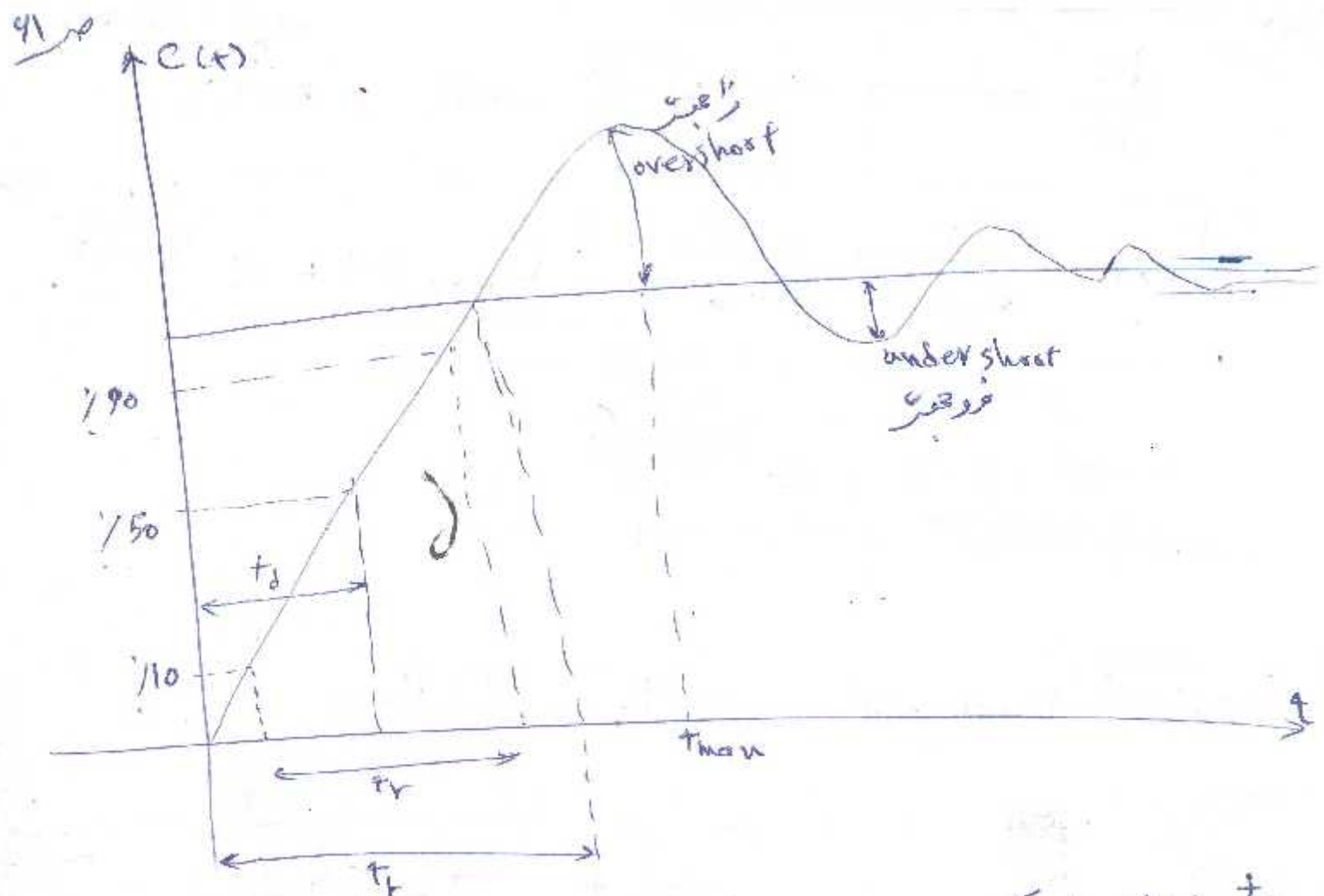
مخفیه های مهم پاسخ گذرا:

- درصد فراجهش 0.5

- زمان صعود یا قیظ Rise Time

- زمان نشست یا استقرار Settling time

- زمان تاخیر Delay time



t_r : زمانی است که پاسخ از ۱۰٪ به ۹۰٪ مقدار نهایی خود برسد یا از صفر تا ۱۰۰٪ ثابت ماندن خود برد.

t_d : زمانی است که پاسخ پله به ۵۰٪ مقدار دائم خود می‌رسد.

t_s : زمانی است که پاسخ به حوالی $\pm 2\%$ (یا 5%) مقدار نهایی خود برسد.

t_{max} : زمانی است که پاسخ پله به بیشترین مقدار خود برسد.

۰.۵٪ : درصد فاجعه

$$0.5 = \frac{C_{max} - C_{ss}}{C_{ss}} \times 100$$

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta)$$

$C(s) = \mathcal{L}^{-1}(C(s))$, $R(s) = 1/s$

$$\begin{cases} \cos \theta = \zeta \\ \sin \theta = \sqrt{1-\zeta^2} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \end{cases}$$

98 $\frac{dc}{dt} = 0 \rightarrow \omega_n t + \sqrt{1-\zeta^2} = n\pi$, $n=1, 2, \dots$ over $\uparrow$ under $\nwarrow$

$$t_{\max} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$C_{\max} = 1 + e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow 0.5 = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

وقت تا بهی از 0.5 است.

$$\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \theta = \pi \Rightarrow t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{\pi - \sin^{-1} \zeta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

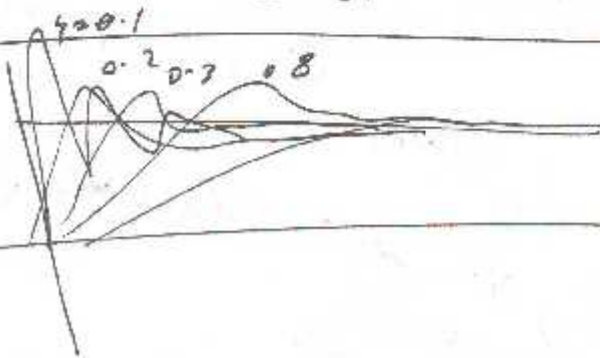
$$\left\{ t_s = \frac{2}{\zeta \omega_n} \rightarrow \text{تکران 1/2} \right.$$

$$\left\{ t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \rightarrow \text{تکران 1/4} \right.$$

$$0.3 < \zeta < 0.7$$

فراجهت نداشت

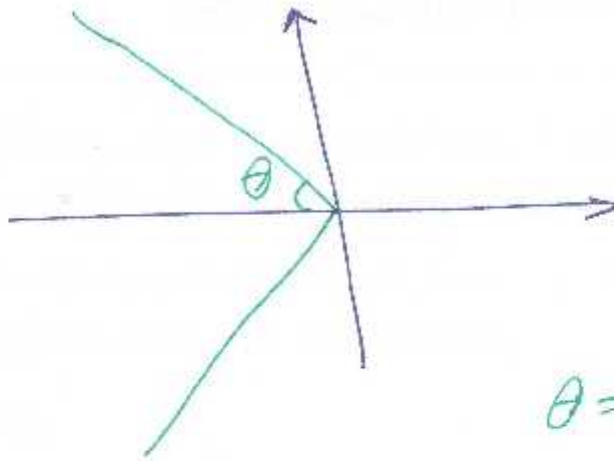
$$t_d \approx \frac{1 + 0.7 \zeta}{\omega_n}$$



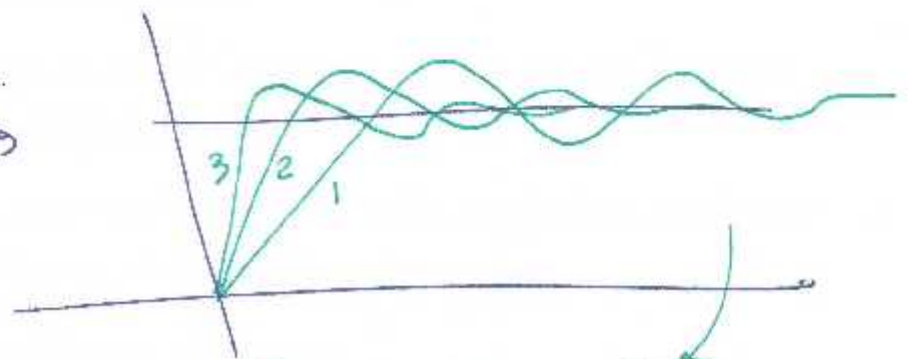
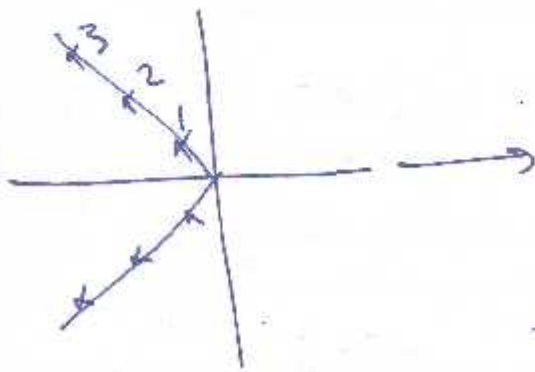
سیستم پاسخ شده به هم خواهیم داشت چه کاری
نویس می شود.

مکانهای ثابت

مکانهای ثابت



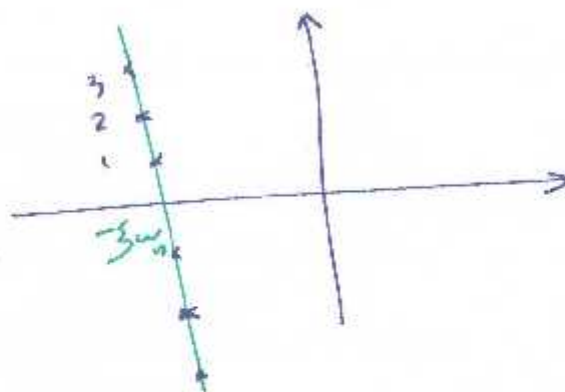
$$\theta = \sum \angle s - \sum \angle s'$$



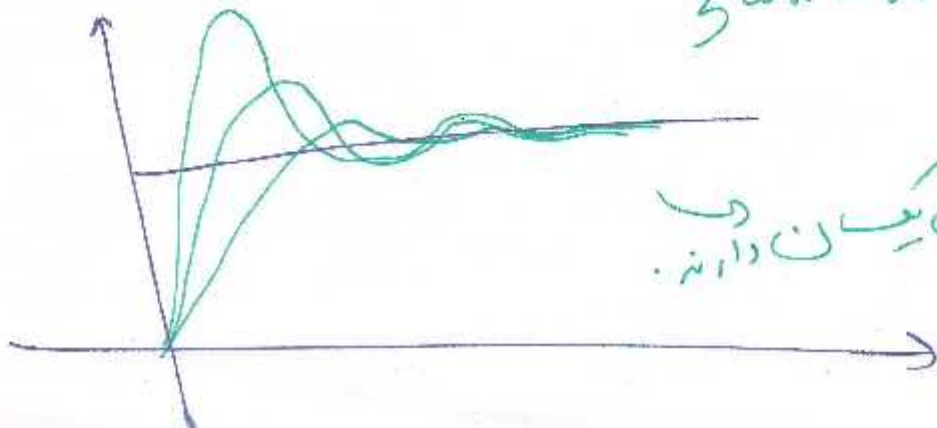
overshoot + پهن شدن دامنه

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

مکانهای ثابت برای ثابت $\zeta\omega_n$

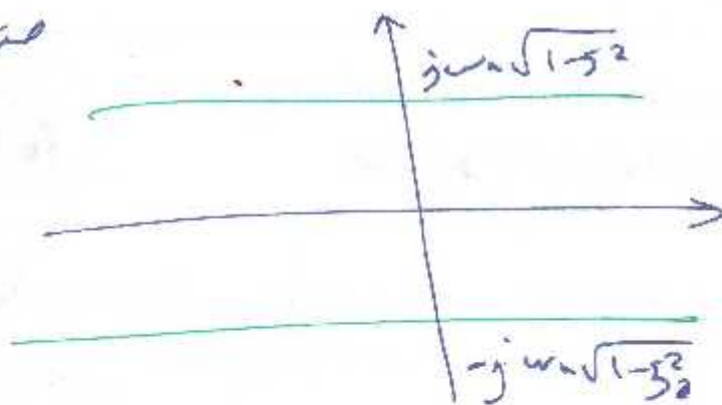


$$\zeta\omega_n = \alpha = \text{ثابت}$$



پهن شدن دامنه

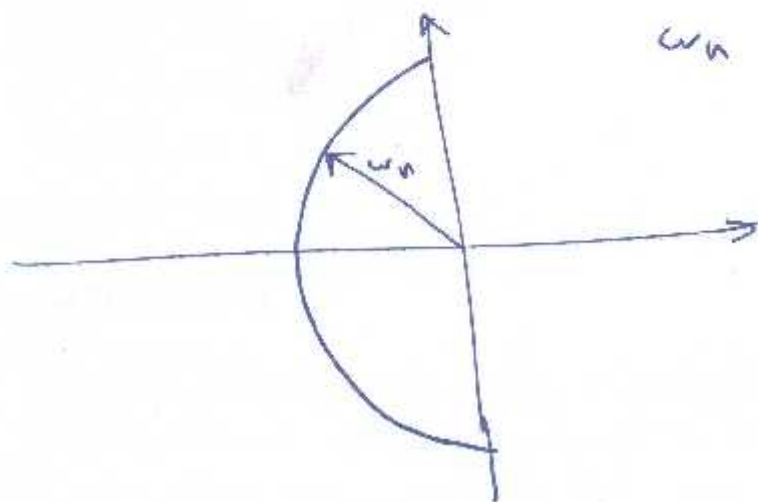
۴۹



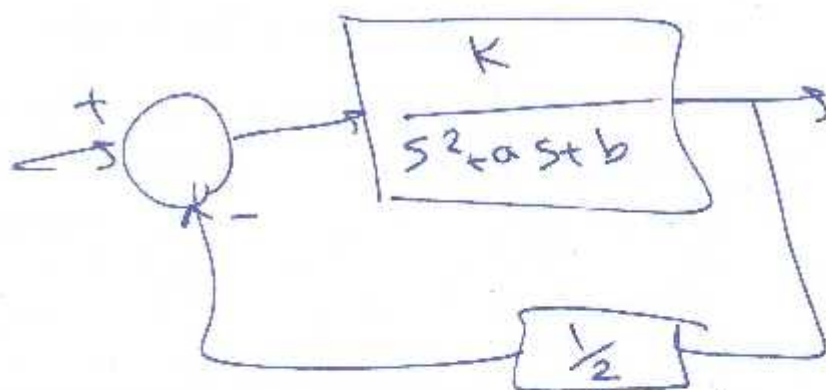
- مکان فرکانس ثابت
میراند

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

- مکان فرکانس میراند ثابت ω_n



- مثال) پارامترهای مدار پارک را چنان بیابید که:
- (۱) درصد فرکانس میراند ζ / ثابت
 - (۲) زمان استقرار t_s / ثابت
 - (۳) خطای حالت دائمی به درصد ϵ / ثابت

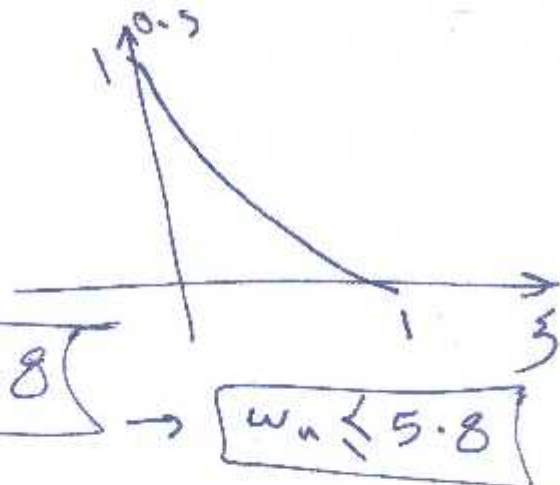


$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{K}{s^2 + as + b}}{1 + \frac{1}{2} \frac{K}{s^2 + as + b}} = \frac{K}{s^2 + \underbrace{as}_{2\zeta\omega_n} + \underbrace{b + \frac{1}{2}K}_{\omega_n^2}}$$

$$e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.05 \Rightarrow \zeta = 0.69 \Rightarrow \boxed{\zeta \geq 0.69}$$

480

$$t_s = \frac{4}{\omega_n \zeta} = \frac{4}{0.69 \times \omega_n} = 1 \Rightarrow \omega_n = 5.8$$



$$\alpha = 2 \zeta \omega_n = 2 \times 0.69 \times 5.8 = 8$$

$\omega_n \geq 5.8$
برای پایداری

$$b + 0.5K = 5.8^2$$

$$C = \frac{K}{s^2 + \alpha s + b + 0.5K} \times \frac{1}{s}$$

$$C_{ss} = \frac{K}{b + 0.5K} = 1 \Rightarrow K = 2b$$

$$\Rightarrow b + 0.5K = 5.8^2 \Rightarrow K = \omega_n^2 = 33.6$$

$$\Rightarrow b = \frac{K}{2} = 16.8$$

نکات: برای یک سیستم رگرسیون، نمونه‌های برای قلب هر حلقه بسته‌های مشخصه
کنند: (1) که اگر فرکانس مازیم 4.32 / (2) فرکانس مازیم است،
(3) که اگر فرکانس مازیم 25 از 1 بسته‌های.

$$e^{-\frac{\omega_n \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.0432 \Rightarrow \zeta = 0.707 \Rightarrow \zeta \geq 0.707$$

$$t_s = \frac{4}{\omega_n \zeta} \leq 2 \Rightarrow \omega_n \geq 2$$

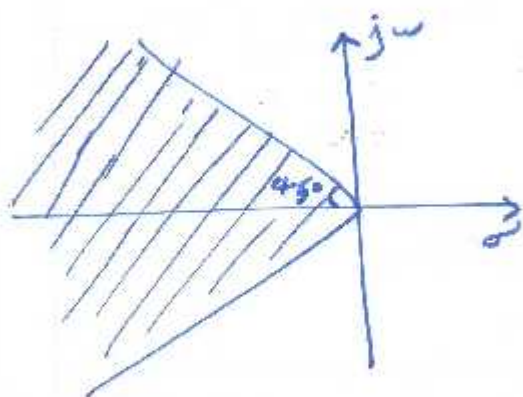
$$\theta = 45^\circ$$

مر ۴۹

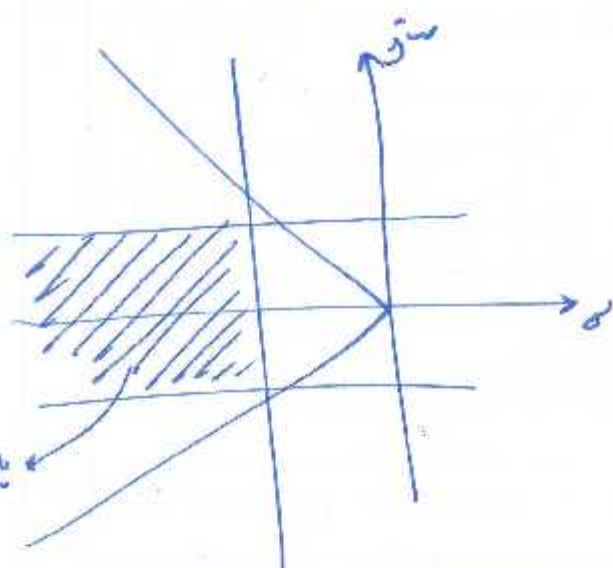
تحقق شرط بند ۱

$$\xi \geq 0.707$$

$$\Rightarrow \theta \leq 45^\circ$$

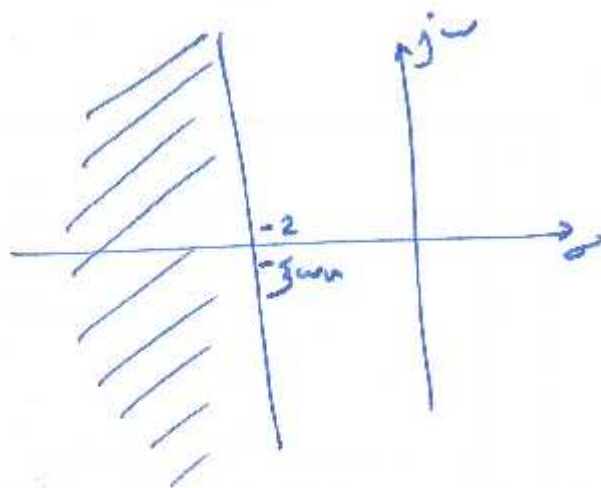


اشتراک شروط ۲ و ۳ گانه ساله



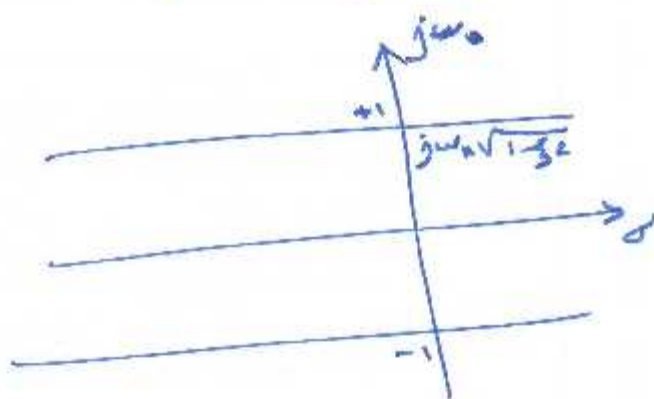
تحقق شرط ۲

$$\omega_n \geq 2$$



تحقق شرط ۳

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \leq 1$$



$$4V \quad P - Kx - f\dot{x} = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + f\dot{x} + Kx = 2u$$

$$\Rightarrow m s^2 + f s + K = 0$$

$$\Rightarrow s^2 + \frac{f}{m} s + \frac{K}{m} = 0 \quad \text{نصف دائرة}$$

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2\zeta \omega_n = \frac{f}{m} \\ \frac{K}{m} = \omega_n^2 \end{cases}$$

$$M_p = e^{-\frac{\zeta \omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = \frac{0.0095}{0.1} = 0.095$$

$$\Rightarrow \boxed{\zeta = 0.6}$$

$$t_p \approx 2 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_n = 1.96}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{f}{m} = 2.35 \\ \frac{K}{m} = 3.85 \end{cases} \Rightarrow f = 2.35 m$$

$$\Rightarrow K = 3.85 m$$

$$X_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s X(s)$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{2}{m s^2 + f s + K}$$

$$\Rightarrow X_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{s} \times \frac{2}{m s^2 + f s + K}$$

$$\Rightarrow X_{ss} = 0.1 = \frac{2}{K}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 20}$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 5.19}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{f = 12.2}$$

نتیجه: در یک سیستم فید بک واحد منفی! $G(s) = \frac{1}{s(1+s)}$ میماند ۹۲

ح به میزان $1/10$ افزایش یابد:

الف) ζ به میزان $1/5$ کاهش یابد.

ب) ω_n به $\sim \sim$ افزایش -

ج) ζ به $\sim$ $1/10$ کاهش

د) $\sim \sim \sim$ $1/10$ افزایش

(برق ۱۷)

$$\text{تابع حلقه بسته} = \frac{1}{s^2 + s + 1} = \frac{\frac{1}{c}}{s^2 + \frac{1}{c}s + \frac{1}{c}}$$

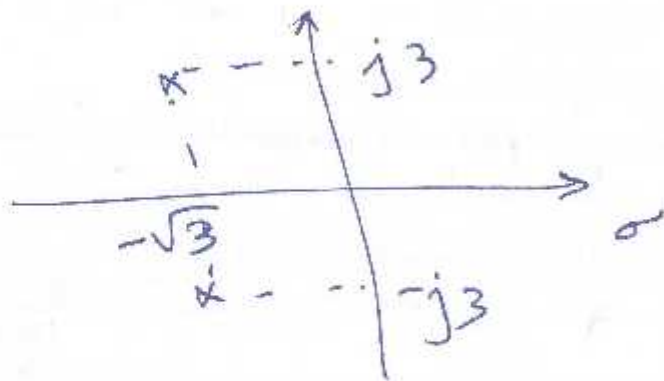
$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = \frac{1}{c} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{1}{c}} \\ 2\zeta\omega_n = \frac{1}{c} \Rightarrow \zeta = \frac{\frac{1}{c}}{2\sqrt{\frac{1}{c}}} = \frac{1}{2\sqrt{c}} \end{cases}$$

$$c \uparrow \rightarrow 1/10 \Rightarrow \zeta_{\text{جدید}} = \frac{1}{2\sqrt{c+0.1c}} = \frac{1}{2\sqrt{c} \cdot \sqrt{1.1}} = \frac{1}{1.05} \frac{1}{2\sqrt{c}}$$

$$\zeta_{\text{قدیم}} = \frac{1}{1.05} \zeta_{\text{جدید}}$$

$$\zeta_{\text{قدیم}} = 0.96 \zeta_{\text{جدید}} \leftarrow \text{الف} \checkmark$$

۴۵ تست: محل قطب‌های حلقه به یک سیستم مرتبه دوم در شکل داده شده است.
زمان فاجبه و زمان استقرار سیستم به ترتیب که ام است؟



الف) $\frac{\pi}{3}$, 2.3

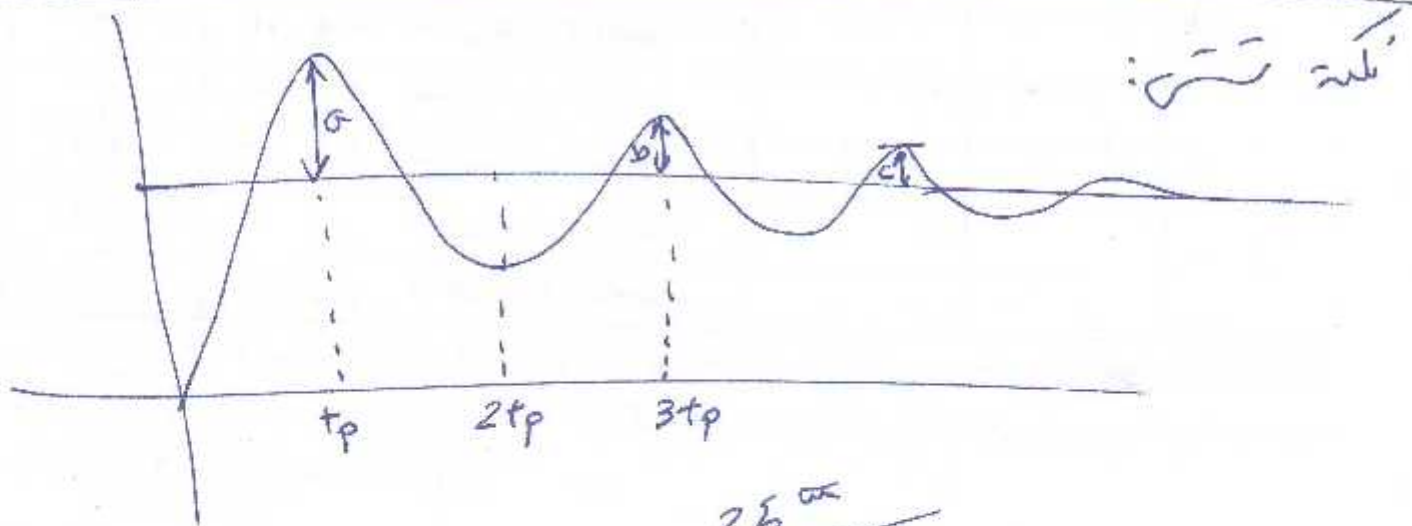
ب) $\frac{\pi}{3}$, 4.6

ج) $\frac{\pi}{6}$, 2.3

د) $\frac{\pi}{6}$, 4.6

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{3}$$

$$t_s = \frac{4}{3\omega_n} = \frac{4}{\sqrt{3}} = 2.3 \rightarrow \text{الف} \checkmark$$

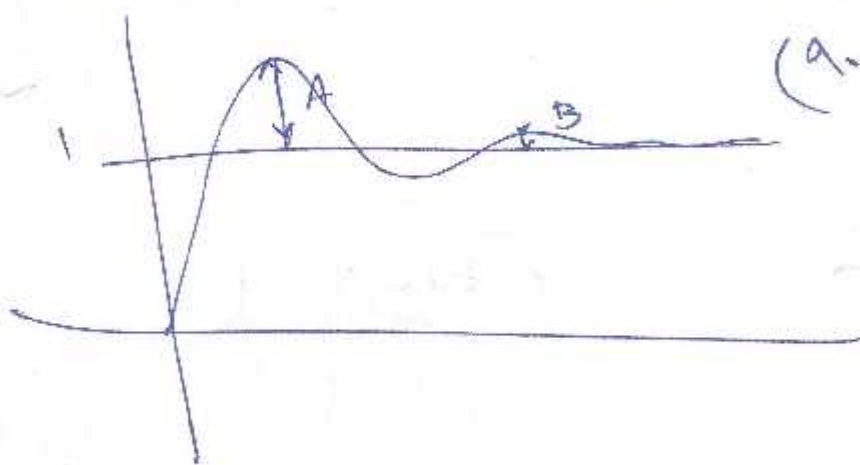


$$d = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \dots = e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow \ln d = \frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

تست: با توجه به دامنه یک سیستم مرتبه دوم به شکل زیر است. با توجه به شکل

$\frac{A}{B} \approx \lim_{\omega \rightarrow \infty} \delta$ نسبت میرایی سیستم (3) از کدام رابطه زیر به دست می آید؟



(برق 90)

(الف) $\frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \pi^2}}$

(ب) $\frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}}$

(ج) $\frac{\delta^2}{\sqrt{\delta^2 + \pi^2}}$

(د) $\frac{\delta^2}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}}$

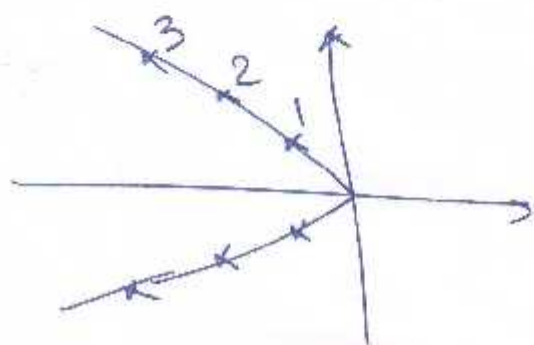
$$\delta \approx \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{A}{B} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \delta \sqrt{1-\zeta^2} = 2\pi\zeta$$

$$\Rightarrow \delta^2 (1-\zeta^2) = 4\pi^2 \zeta^2$$

$$\Rightarrow \zeta^2 (\delta^2 + 4\pi^2) = \delta^2$$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}}$$



تست: با توجه به شکل زیر
(1) زمان مورد کاهش $\rightarrow \frac{\pi - \zeta\pi}{\omega_d}$

(2) فاصله از زاویه $\rightarrow$ ثابت

(3) زمان مستقیم از زاویه $\rightarrow \frac{4}{\omega_n \zeta}$

(4) فرکانس نوسانات $\rightarrow \omega_d$