

مکان هندسی رابطه:

قدم اول: در مکان هندسی با تابع انتقال حلقه باز GH سروکار داریم. نه با معادله مشخصه $1 + GH = 0$ (در

هور ویتس برعکس بود) لذا اگر در مسئله ای معادله مشخصه حلقه بسته داده شود ابتدا باید آنرا به ترم (جمله) مستقل از

k تقسیم نموده و سپس GH را استخراج کنیم.

مثال: طبق نسبت رسم مکان هندسی رابطه این حلقه بسته نسبت سیستمی با معادله مشخصه زیر:

$$s^4 + 2s^3 + 2s^2 + ks + 2s + k + 4 = 0$$

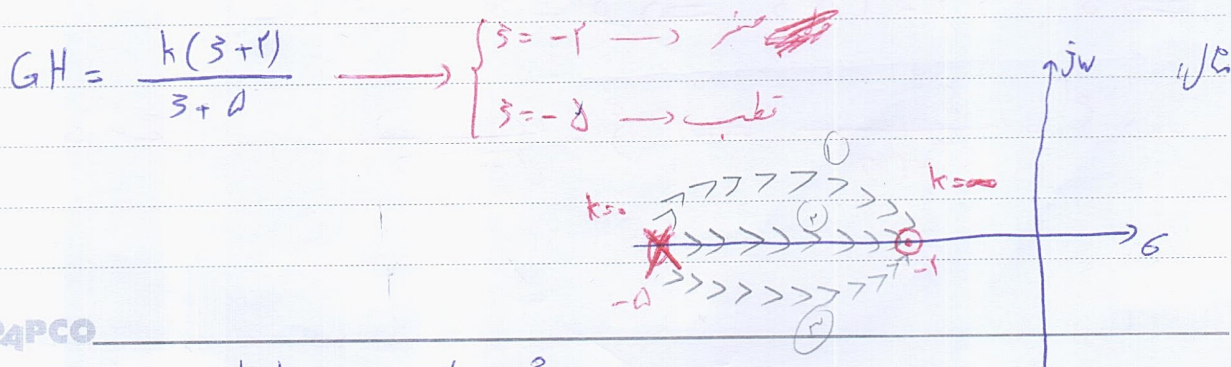
ابتدا بر جملاتی که فاقد k هستند تقسیم می کنیم.

$$\frac{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 4}{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 4} + \frac{k(s+1)}{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 4} = 0$$

$$1 + GH = 0 \Rightarrow GH = \frac{k(s+1)}{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 4}$$

قدم دوم: حرکت مکان هندسی همواره از قطب به سمت صفر است (همیشه در ابتدا باید قطب و صفرهای

سیستم حلقه باز را روی صفحه s مشخص کنیم.

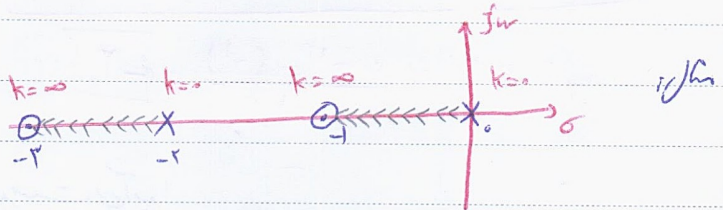


which one is true?

قدم سوم: قسمتی از محور حقیقی همواره جزو مکان است که سمت راست آن تعداد فردی صفر و قطب وجود

داشته باشد. (در شکل بالا مسیر ① و ② به دلیل قدم سوم مکان هندسی نیستند)

$$GH = \frac{k(s+1)(s+2)}{s(s+2)}$$



نکته: به تعداد قطب که همیشه صفر داریم پس در جایایی که تعداد صفر از قطب کمتر است به تعداد اختلاف در بی نهایت

صفر داریم

$$GH = \frac{k(s+1)}{s(s+2)} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0, -1 : \text{قطب} \\ 0, -2 : \text{صفر} \end{array} \right.$$

مثال:

قدم چهارم: به تعداد تفاضل صفر و قطب که همواره صفر در بی نهایت داریم و لذا به همین تعداد مجانب داریم

مکان هندسی از طریق مجانب تعیین به سمت صفرایی در بی نهایت میل می کنند

~~تعداد مجانب = تعداد صفر - تعداد قطب~~

~~تعداد مجانب = تعداد صفر - تعداد قطب~~

~~تعداد مجانب = تعداد صفر - تعداد قطب~~

$$\# \text{ صفر} - \# \text{ قطب} = \# \text{ مجانب}$$

$$\# \text{ مجانب} = 2 - 1 = 1$$

تعداد مجانب پس مثال بالا ۱

Subject:

Year. Month. Date. 11/1/

نقطه تلاقی مجانب با محور حقیقی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\sigma = \frac{\sum \text{صفر} - \sum \text{قطبها}}{\# \text{ مجانب}}$$

$$\sigma = \frac{0 - (-1) - (-2)}{1} = -2$$

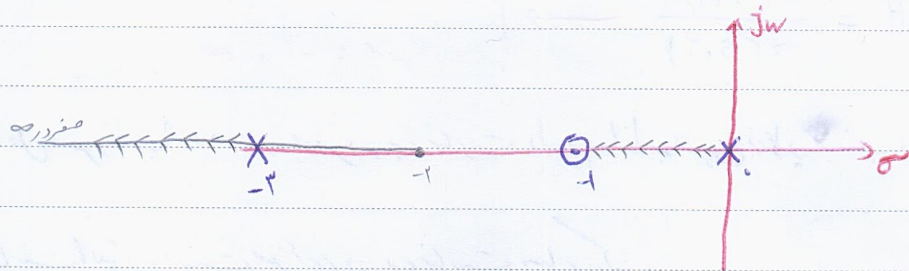
مقدار زاویه برخورد مجانب با محور حقیقی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\angle = \frac{(2q+1)}{\# \text{ مجانب}} \times 180^\circ \quad q = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

تعداد مجانب

$$n=1 \rightarrow \angle = \frac{(2 \times 0 + 1)}{1} \times 180^\circ = 180^\circ$$

$$GH = \frac{k(s+1)}{s(s+3)}$$



قدم پنجم و نقطه شکست: نقطه ای است که در آن دو قطب از مکان به هم رسیده و از هم جدا می شوند.

$$GH = \frac{k}{s(s+4)}$$

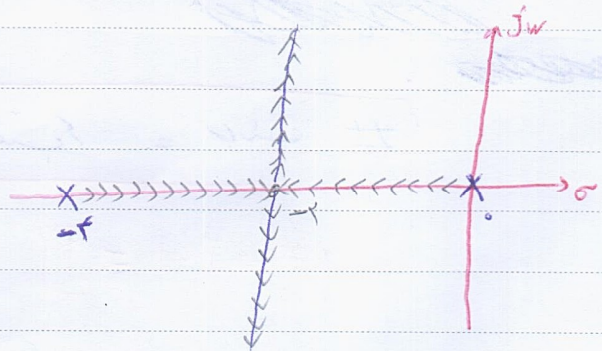
مثال

$$\# \text{ مجانب} = 2 - 0 = 2$$

$$\sigma = \frac{0 - (-4)}{2} = -2$$

$$\angle = \frac{(2q+1)}{2} \times 180^\circ \quad q = 0, 1$$

$$\Rightarrow \angle = \begin{cases} 90^\circ \\ 270^\circ \end{cases}$$



نقطه شکست $\frac{dk}{d\lambda} = 0 \rightarrow$ (دیتا نمودار را می بینیم از $\frac{dk}{d\lambda}$ نقطه شکست هستند در میان می بینیم)

$$\rightarrow k = -s(s+f) \Rightarrow \frac{dk}{ds} = -2s - f = 0 \Rightarrow \underline{s = -f}$$

$$GH = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$
$$\text{مساحت} = \frac{2-1}{2} = -1$$

$$\psi_A = \begin{pmatrix} 9.0^\circ \\ 11.0^\circ \\ \psi_0 = -9.0^\circ \end{pmatrix}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 1, \sqrt{1}$$

$$GH = -1 \Rightarrow \frac{k}{s(s+1)(s+2)} = -1 \Rightarrow k = -3(s+1)(s+2)$$

$$\frac{dk}{dz} = s^r + r s + r + s^r + r s + s^r + s = r s^r + r s + r = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{-9 \pm \sqrt{36 - 24}}{9} = -1 \pm 2V \Rightarrow \begin{cases} -1, 2V & \text{وحد} \rightarrow \text{مطلوبه} \\ -1, 43 & \checkmark \end{cases}$$

Subject:

Year. Month. Date. ۱۴۰۰ ()

قدم ششم: (محاسبه نقطه تلاقی مکان با محور موهومی) برای اینکار باید $1+GH$ را تشکیل داده و با استفاده از

تشکیل جدول هورویتز و صفر قرار دادن یک سطر کامل آن، نقطه تلاقی احتمالی مکان با محور موهومی را

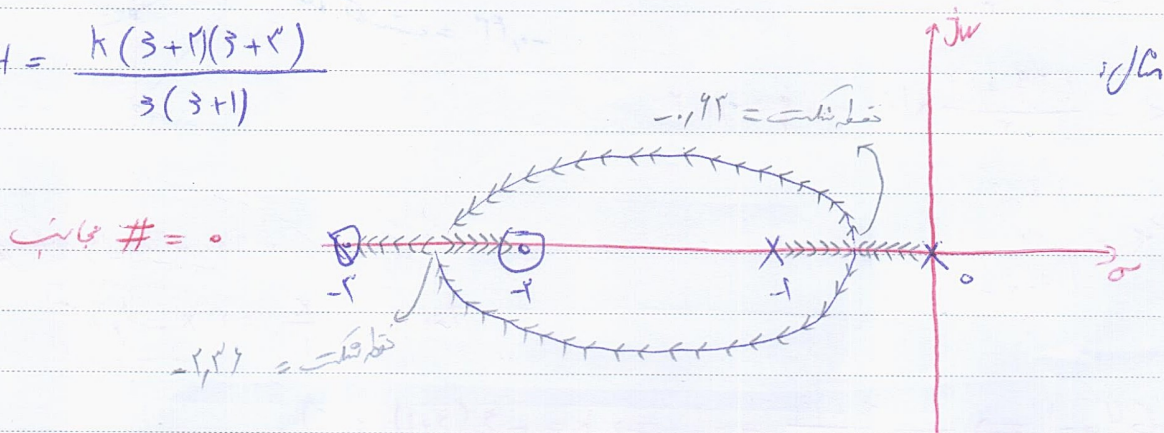
بدست می آوریم: $GH = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$ در مثال قبل

$$1+GH = s(s+1)(s+2) + k = 0 \Rightarrow s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$$

s^3	1	2	
s^2	3	k	$\xrightarrow{\text{ساده کنی}} 3s^2 + k = 0 \Rightarrow 3s^2 + 6 = 0 \Rightarrow s^2 = -2 \Rightarrow s = \pm \sqrt{2}j$
s^1	6-k	0	$\rightarrow 6-k=0 \rightarrow k=6$
s^0	k	0	

در این شکل صفحه پل هر دو مورد نشان داده شده

$$GH = \frac{k(s+2)(s+3)}{s(s+1)}$$



محاسبه نقطه شکست: $GH = -1 \Rightarrow \frac{k(s+2)(s+3)}{s(s+1)} = -1$

$$\Rightarrow k = \frac{-s(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

$$\frac{dk}{ds} = \frac{-s(s+2)(s+3) - (s+1)(s+2)(s+3) + s(s+1)(s+2) + s(s+1)(s+3)}{(s+2)^2(s+3)^2} = 0$$

در اینگونه مسائل جز اولی
فاکتور بگیریم تا ساده شود

$$\Rightarrow s(s+2)(-s+2s+1) + (s+1)(s+2)(-s-2+s) = 0$$

$$\Rightarrow -2s(s+2) - 2(s+1)(s+3) = 0$$

$$\Rightarrow -2s^2 - 4s - 2s^2 - 1s - 6 = 0$$

$$\Rightarrow -4s^2 - 5s - 6 = 2s^2 + 7s + 3 = 0$$

$$\Rightarrow s = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \begin{cases} -2, 3/4 \\ -1, 6/4 \end{cases}$$

$$GH = \frac{k}{(s+2)(s^2+2s+2)}$$

نقطه صفر: ۱
قطب: $\begin{cases} -2 \\ -1 \pm j \end{cases}$

نقطه # = ۳

$$\sigma = \frac{-2 - 1 + j - 1 - j}{3} = -\frac{4}{3} = -1,33$$

$$\phi = \frac{(2q+1)\pi}{3} \times 180^\circ \quad q = 0, 1, 2$$

زاویه $\begin{cases} 90^\circ \\ 180^\circ \\ 270^\circ \end{cases}$

$$\tan \phi = \frac{n}{1,33} \Rightarrow n = 1, 3, 5$$

Subject:

Year:

Month:

Date: ۱۲۲ ()

$$1 + GH = 0$$

$$GH = -1$$

$$\angle GH = 180^\circ$$

برای بدست آوردن زاویه ورود یا خروج از تمام قطب و منفی به منفی یا قطب مورد نظر وصل نموده و سپس

از رابطه زیر زاویه ورود یا خروج را بدست می آوریم.

$$\angle GH = 180^\circ - \sum \text{قطب} + \sum \text{صفر}$$

نکته: محاسبه فاز

$$S = \alpha + \beta j$$

$$|S| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\angle S = \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}$$

برای بدست آوردن کسری فاز بصورت زیر بدست می آید

$$GH = \frac{S+1}{(S+2)(S+3)}$$

$$\angle GH = \angle \text{صفر} - \angle \text{قطب}$$

$$\angle GH = \angle(S+1) - \angle(S+2) - \angle(S+3)$$

$$\tan^{-1} \frac{w}{1} - \tan^{-1} \frac{w}{2} - \tan^{-1} \frac{w}{3}$$

حال برای بدست آوردن به مثال بپردازیم:

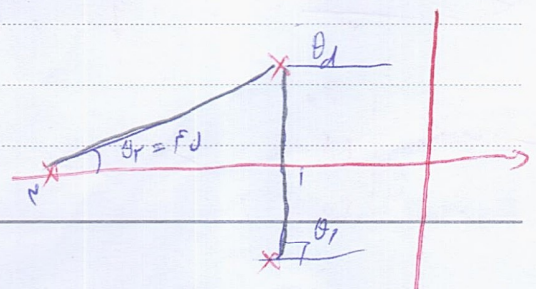
دوباره شکل صفر و قطب را رسم می کنیم. از آن قطبی که می خواهیم زاویه آنرا بدست آوریم به قطب

$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = 180^\circ$$

$$\theta_1 = -215^\circ = 45^\circ$$

PAPCO

یا
زاویه خروج از قطب



Subject:

Year:

Month:

Date: ۱۲۲ ()

دولت کریم و زاد یار که با محور افقی می سازد را به دست می آوریم

نکته: اگر قطب (خودم) مختلف باشد جواب قریب خواهد بود

حالا می خواهیم بین محور و از کجا قطع می شود با توجه به نهم هشتم داریم:

$$1 + GH = (3^2 + 2s + 2)(s + 2) + k = s^3 + 2s^2 + 2s + 2s^2 + 2s + 2 + k$$

$$= s^3 + 4s^2 + 4s + 2 + k$$

$$s^3 \quad 1 \quad 6$$

$$s^2 \quad 4 \quad 4 + k \longrightarrow 4s^2 + 4 + k = 0$$

$$s^1 \quad \frac{24 - 4 - k}{4} \quad 0 \longrightarrow \frac{24 - 4 - k}{4} = 0 \Rightarrow k = 20$$

$$s^0 \quad 4 + k \quad 0$$

$$4s^2 = -24$$

$$s^2 = -6$$

$$s = \pm \sqrt{-6} = \pm 2.44j$$

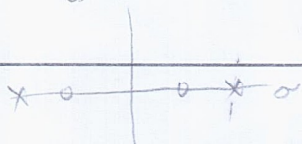
پس از بالایی جانب محور را قطع می کند

عزم هشتم: مکان هندسی همواره نسبت به محور حقیقی متقارن است همچنین در صورتیکه خود همواره

قطب نیز دارای محور تقارن باشد آنگاه مکان هندسی نسبت به این محور تقارن نیز متقارن است

محور تقارن

PAPCO

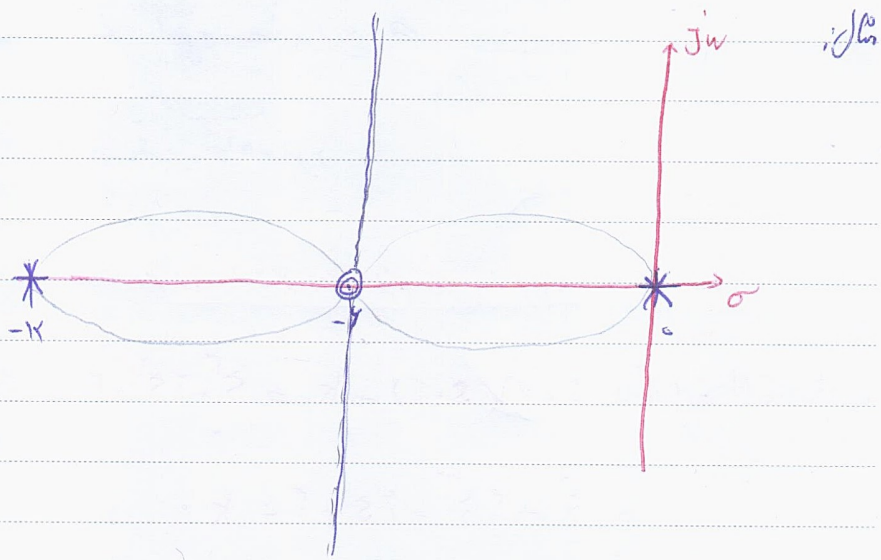


همیشه بالا و پایین مکان متقارن اند

Subject:

Year. Month. Date. ۱۳۹۴ ()

$$GH = \frac{k(s+6)^2}{s^2(s+12)^2}$$



محور تقاطع قطب و صفر و مجانب

$$\# \text{ مجانب} = 2$$

$$\sigma = -9.927$$

$$\sigma = \frac{-12 - 12 + 6 + 6}{2} = -6$$

حالا باید به راه رفتن یک کس که شکل مستطوری باشد و بعد نقطه شکست را به هر دو کس که اگر نقطه شکست به سمت راست

به نقطه شکست در راستای یکدیگر به دو کس که در سمت راست است.

$$\text{نقطه شکست: } \frac{k(s+6)^2}{s^2(s+12)^2} = -1 \Rightarrow k = \frac{-s^2(s+12)^2}{(s+6)^2}$$

$$\frac{dk}{ds} = \frac{-2s(s+12)^2(s+6)^2 - 2s^2(s+12)(s+6)^2 + 2s^2(s+12)^2(s+6)}{(s+6)^4} = 0$$

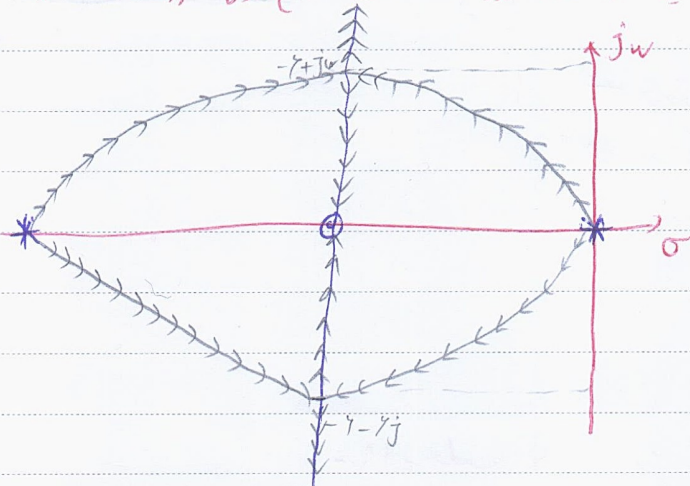
$$\frac{dk}{ds} = -2s(s+12)(s+6) \left[s^2 + 12s + 72 + s^2 + 6s - s^2 - 12s \right] = 0$$

$$s^2 + 12s + 72$$

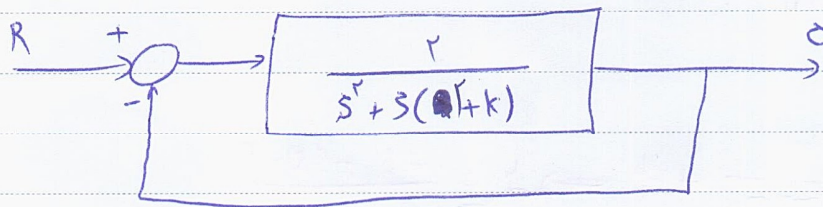
$$= -2s(s+12)(s+2)(s^2+12s+72) = 0$$

$$s^2+12s+72=0 \Rightarrow s = \frac{-12 \pm \sqrt{144-288}}{2} = -6 \pm j6$$

طرح اولیه ما درست نبود اما حالا یک طرح بهمان به دست آوریم



مثال مکان هندسی سیستم زیر را رسم کنید



$$\frac{C}{R} = \frac{2}{s^2 + 2s + ks + 2} = \frac{G}{1+GH}$$

$$1+GH = s^2 + 2s + ks + 2$$

تقسیم برترم مستقل از k $\rightarrow 1 + \frac{ks}{s^2 + 2s + 2} = 0$

GH

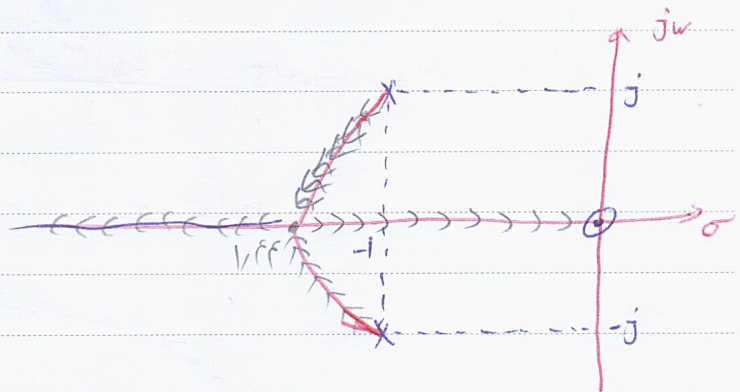
Subject:

Year. Month. Date. ۱۲۶ ()

$$GH = \frac{k s}{s^2 + 2s + 2}$$

حالا معادله به شرم مقبول در آید

$$\begin{cases} 0 & \text{صفر} \\ 1 \pm j & \text{قطب} \end{cases}$$

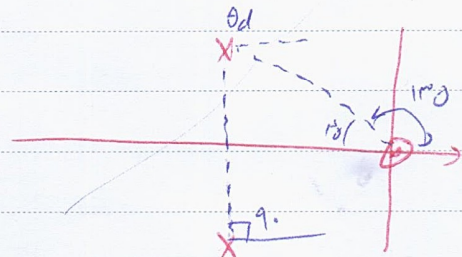


$$\# \text{ جابج} = 1$$

$$\angle = 180^\circ$$

حالا باید فقط شکست و زاویه خروج را حساب کنیم
برای زاویه خروج دو بار به شکل را نگاه کنیم

$$180^\circ - \angle \text{قطب} - \angle \text{صفر} = 180^\circ$$



$$180^\circ - \theta_d - 90^\circ = 180^\circ$$

$$\theta_d = -180^\circ$$

حالا فقط شکست؟

$$GH = \frac{k s}{s^2 + 2s + 2} = -1 \Rightarrow k = \frac{-s^2 - 2s - 2}{s}$$

$$\frac{dk}{ds} = (-2s - 2) + \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2} = -2s - 2 + \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2}$$

$$= -s^2 + 2 = 0$$

$$s^2 = 2 \rightarrow s = \pm \sqrt{2} \rightarrow \begin{cases} +1.414 \text{ } \checkmark \\ -1.414 \text{ } \checkmark \end{cases}$$