

مثال: امتحانی: مطلوبیت ترسیم مکان هندسی رابطه

$$GH = \frac{k(s+1)}{s^2(s+a)}$$

الف) $a=1$

ب) $a=9$

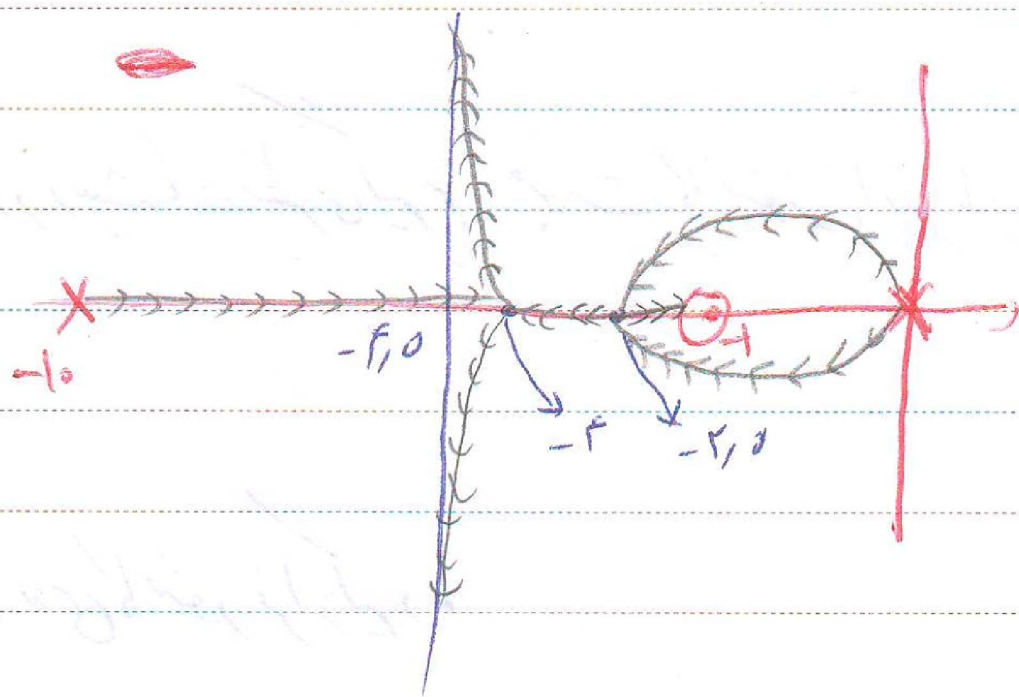
ج) $a=1$

الف) $GH = \frac{k(s+1)}{s^2(s+1)}$

$\# \text{ جانب} = 2$

$\angle = \pm 90$

$\sigma = \frac{-1+1}{2} = -0,5$

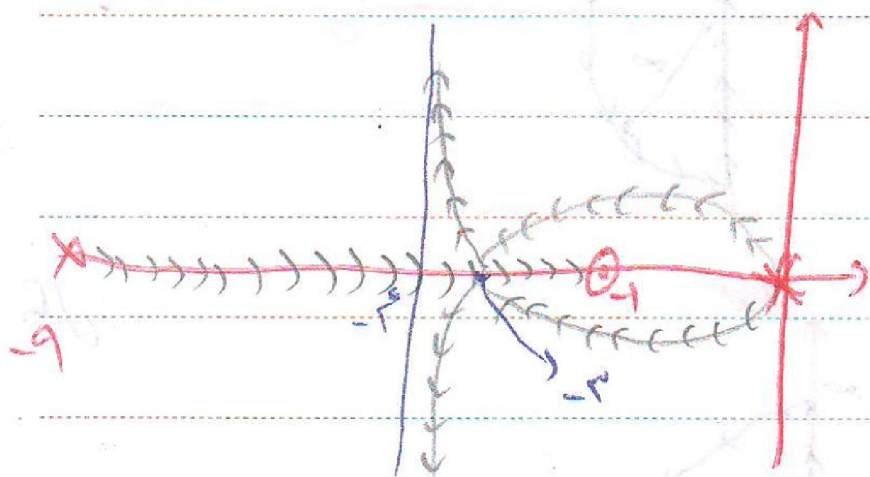


در حالت الف نقاط شکست: $-0,5$ و -1

-3 و -3

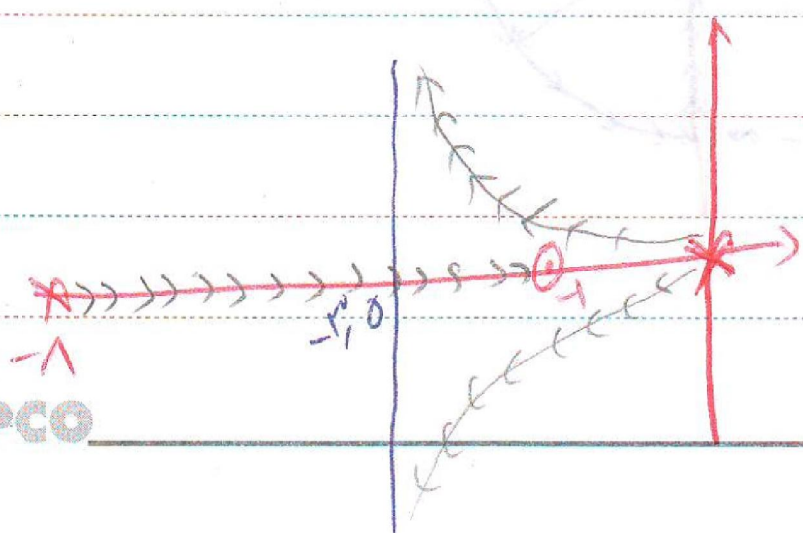
در حالت ب نقطه شکست:

$\sigma = \frac{-9+1}{2} = -4$



در حالت ج نقطه شکست برابریم

$\sigma = \frac{-1+1}{2} = 0$



محک باید اری نایلو نیست:

قدم اول: در ترسیم دیاگرام نایلو نیست با GH سروکار داریم نه $1+GH$ ، لذا اگر معادله مشخصه داده بود

همانند مکان هندسی ابتدا باید آنرا برترن مستقل از k تقسیم نموده تا GH استخراج شود

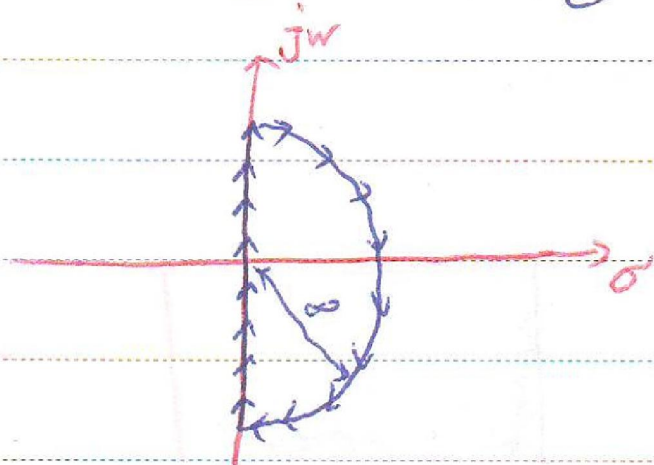
قدم دوم: انتخاب گانتور رسته

همواره سمت راست S را به عنوان گانتور رسته k در نظر می گیریم. جهت گانتور را نیز باید انتخاب کنیم.

دقت کنید که هیچ قطب دهنی از GH نباید «بی گانتور قرار گیرد».

$$GH = \frac{s+1}{s+2}$$

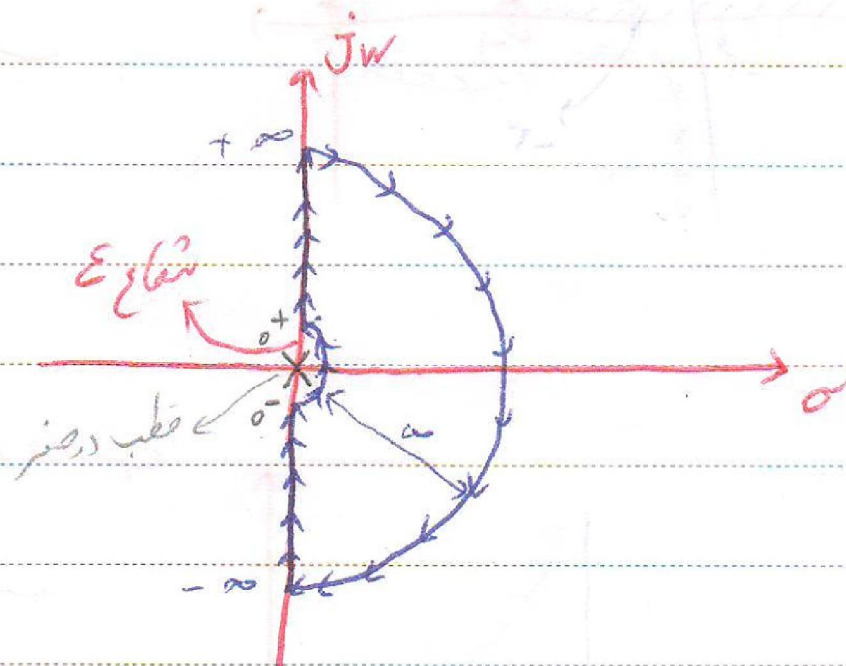
انتخاب گانتور



مثال ۱

$$GH = \frac{s+1}{s(s+2)}$$

انتخاب گانتور



مثال ۲

$GH(j\omega)$

قدم سوم: تشکیل

$$GH = \frac{s+1}{s(s+2)} \longrightarrow GH(j\omega) = \frac{j\omega+1}{j\omega(j\omega+2)} = \frac{j\omega+1}{(-\omega^2+2j\omega)}$$

مثال:

بعضی وقتا ساده نکردن بهره کارنده

قدم چهارم: تعیین اندازه و فاز $GH(j\omega)$ در نقاط کلیدی گانتور.

$$\angle GH(j\omega) = \angle \text{مخرج} - \angle \text{صورت}$$

$$GH(j\omega)$$

مثال: اندازه و فاز را به زیر را بدست آورید.

$$GH = \frac{s+1}{s(s+2)}$$

$$GH(j\omega) = \frac{j\omega+1}{j\omega(j\omega+2)} = \frac{j\omega+1}{(-\omega^2+2j\omega)} \quad \angle GH(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{1} - 90^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega}{2}$$

ضرب در مزدوج

$$\text{اندازه: } GH(j\omega) = \frac{1+j\omega}{(-\omega^2+2j\omega)} \times \frac{(-\omega^2-2j\omega)}{(-\omega^2-2j\omega)} = \frac{-\omega^2-2j\omega-j\omega^2+2\omega^2}{\omega^2+4\omega^2}$$

$$= \frac{\omega^2 - (2+j)\omega^2}{\omega^2+4\omega^2} = \frac{1}{\omega^2+4} - j \frac{(2+\omega^2)}{\omega^2+4\omega^2}$$

$$|GH(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega^2+4}\right)^2 + \left(\frac{2+\omega^2}{\omega^2+4\omega^2}\right)^2}$$

حالاً در نقاط کلیدی اندازه و فاز را بدست می آوریم.

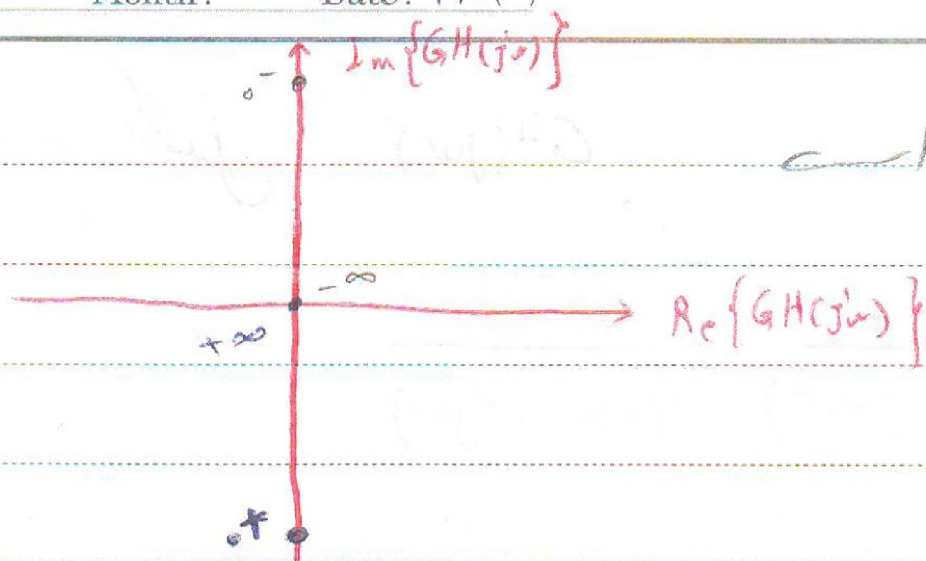
$$\omega = 0^+ \longrightarrow \begin{cases} |GH(j0^+)| = \infty \\ \angle GH(j0^+) = -90^\circ \end{cases}$$

$$\omega = +\infty \longrightarrow \begin{cases} |GH(j\infty)| = 0 \\ \angle GH(j\infty) = \tan^{-1}\infty - 90^\circ - \tan^{-1}\infty = \end{cases}$$

$$90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = -90^\circ$$

Subject:

Year. Month. Date. ۱۲۰۰ ()



بالای محور را بدست آوریم پایین هم قرینش می‌کنیم

قدم پنجم: برای تعیین نحوه حرکت دیاگرام نایکوئیست یکی از راه‌های ساده جایگذاری یک عددی خاص

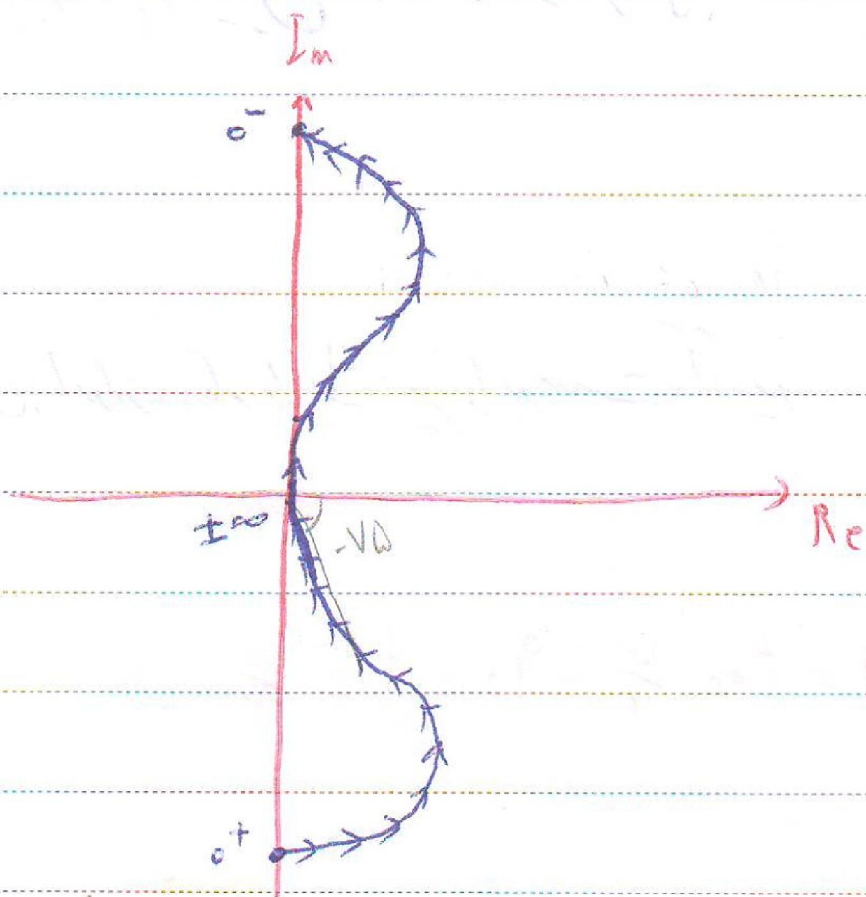
بدست آوردن $\angle GH$ در آن ω است

حال ادامه مثال قبل

$$\omega = 1$$

$$\angle GH(j\omega) = \tan^{-1} 1 - 90 - \tan^{-1} \frac{1}{4}$$

$$= 45^\circ - 90^\circ - 3^\circ = -48^\circ$$



در کانتور از صفر مثبت (0^+) به $+\infty$ برویم همچنین از $+\infty$ به $-\infty$ برویم پس یک طرف را می‌گیریم

بهت را در طرف دیگر ادامه می‌دهیم

حال از کجا مطمئن شویم که این شکلی که کشیدیم درست است

قدم ششم: تعیین نقاط تلاقی نایکوئیست با محورهای حقیقی و موهومی

برای این کار کافی است قسمت حقیقی $GH(j\omega)$ را صفر قرار داده تا نقطه تلاقی آن با محور موهومی

بدست آید، هم چنین قسمت موهومی $GH(j\omega)$ را هم ترسیم کرده تا نقشه پلانج نایکویست با محور

حقیقی بدست آید.

$$GH(j\omega) = \frac{1}{4 + \omega^2} - j \frac{\omega(2 + \omega^2)}{\omega(4 + \omega^2)}$$

محور موهومی را قطع نمی کند $\rightarrow \frac{1}{4 + \omega^2} \neq 0$ قسمت حقیقی
همواره مخالف صفر

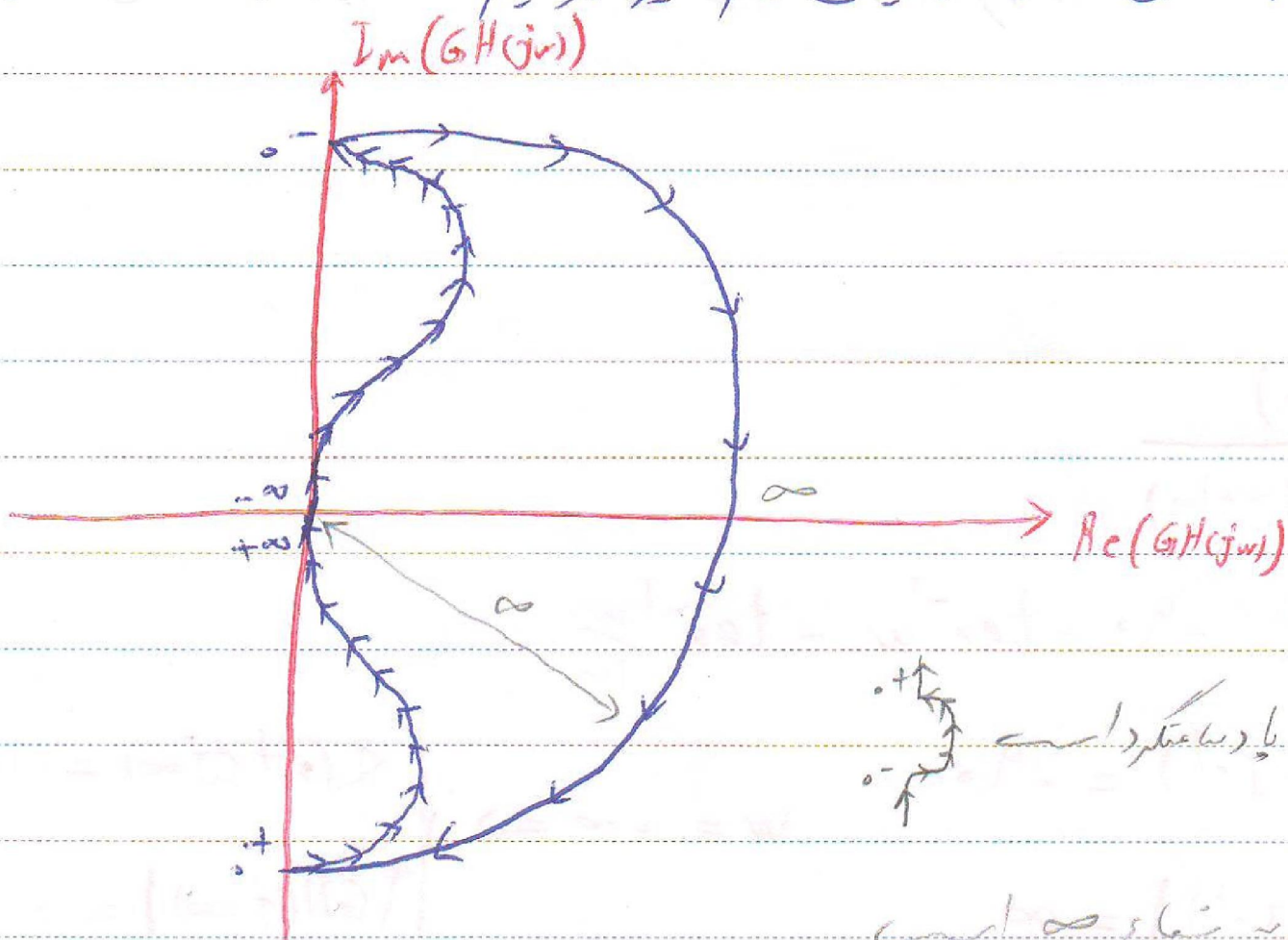
محور حقیقی را نیز قطع نمی کند بجز در $\omega = \infty$ که قبلاً لحاظ نموده $\rightarrow \frac{2 + \omega^2}{\omega(4 + \omega^2)} \neq 0$ قسمت موهومی
همواره مخالف صفر

قدم هفتم: حال که نمودار نایکویست از $+$ تا $+$ ترسیم شده، کافیست قرینه آنرا نسبت به محور

حقیقی بدست آوریم و از جهت $-$ به سمت $+$ حرکت می کنیم.

قدم هشتم: حال به تعداد قطب های در مبدأ باسیستی نیم دایره بزرگیم از $+$ به $+$ در خلاف جهت

گانتور و به شعاع ∞



جهت گانتور از $+$ به سمت $+$ یا در ساعتگرد است

اما در اینجا در خلاف جهت گانتور و به شعاع ∞ است

Subject:

Year. Month. Date. ۱۳۲۰ ()

قدم نهم: مقدار دور زدن N به شمارید و N بنامید. اگر دور زدن هم جهت

با گشتور بود (+) و اگر خلاف جهت گشتور بود (-) در نظری گیری.

قدم دهم: از فرمول زیر مقدار ریشه های $1+GH$ که سمت راست صفحه S (داخل گشتوری بالکنه)

را بدست می آوریم که همان Z است. مسلماً برای پایداری بایستی $Z=0$ باشد.

$$Z = N + P$$

قطب های GH که سمت راست صفحه S بالکنه.
 ↓ دور زدن گشتور حول -۱

$$\left. \begin{matrix} P=0 \\ N=0 \end{matrix} \right\} \rightarrow Z=0 \rightarrow \text{سیستم پایدار است}$$

مثال: برای w از فرکانس ∞ نمودار نایکو بیست را بجز زیر را بدست آوریم.

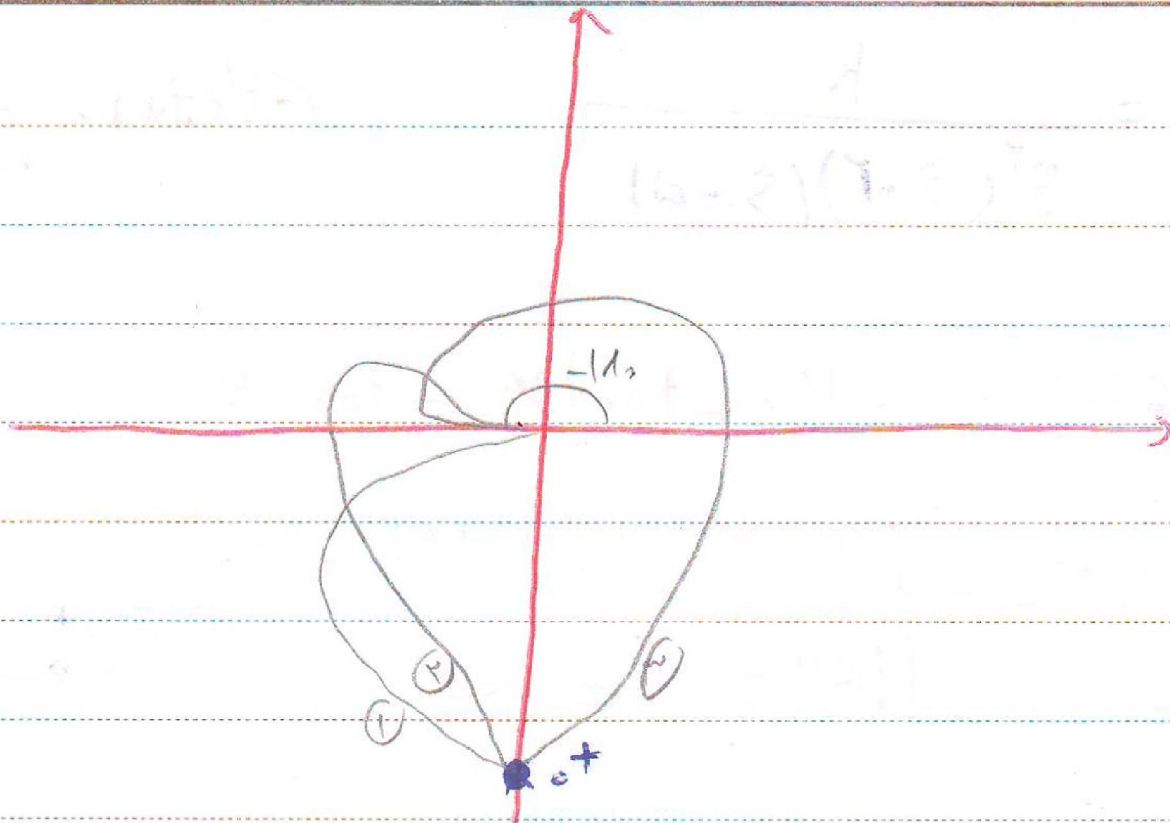
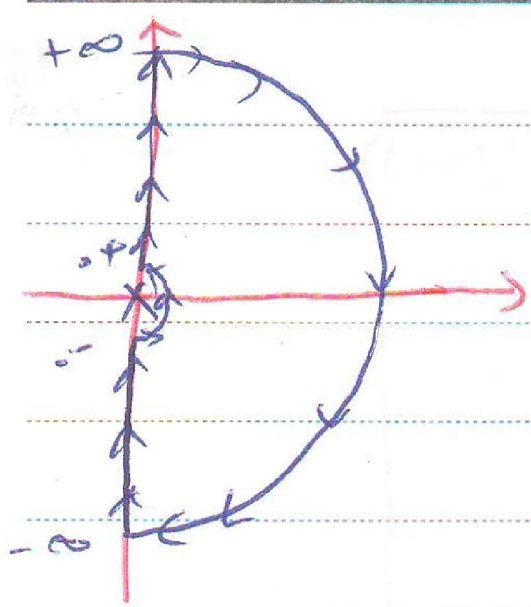
$$GH = \frac{1 \cdot (s+1)}{s(s+1)(s+10)}$$

$$GH(jw) = \frac{1 \cdot (jw+1)}{jw(jw+1)(jw+10)}$$

$$\angle GH(jw) = \tan^{-1} \frac{w}{1} - 90 - \tan^{-1} w - \tan^{-1} \frac{w}{10}$$

$$w=0^+ \Rightarrow \begin{cases} \angle GH(j0^+) = -90 \\ |GH(j0^+)| = \infty \end{cases}$$

$$w=+\infty \Rightarrow \begin{cases} \angle GH(j\infty) = -180 \\ |GH(j\infty)| = 0 \end{cases}$$



حالا باید ببینیم که آیا یک دایره است یا نه و اگر نه پس یک w خاص باید پیدا کنیم

$$w=1 \Rightarrow \angle GH(jw) = \tan^{-1} \frac{1}{1} - 90 - 45 - \tan^{-1} \frac{1}{1} = -135 + 0,71 - 0,71 = -135$$

~~دایره~~ = -135

پس مسیر ۱ قطعاً اشتباه است. حالا باید بین مسیر ① و ② یکی را انتخاب کنیم پس محل تقاطع

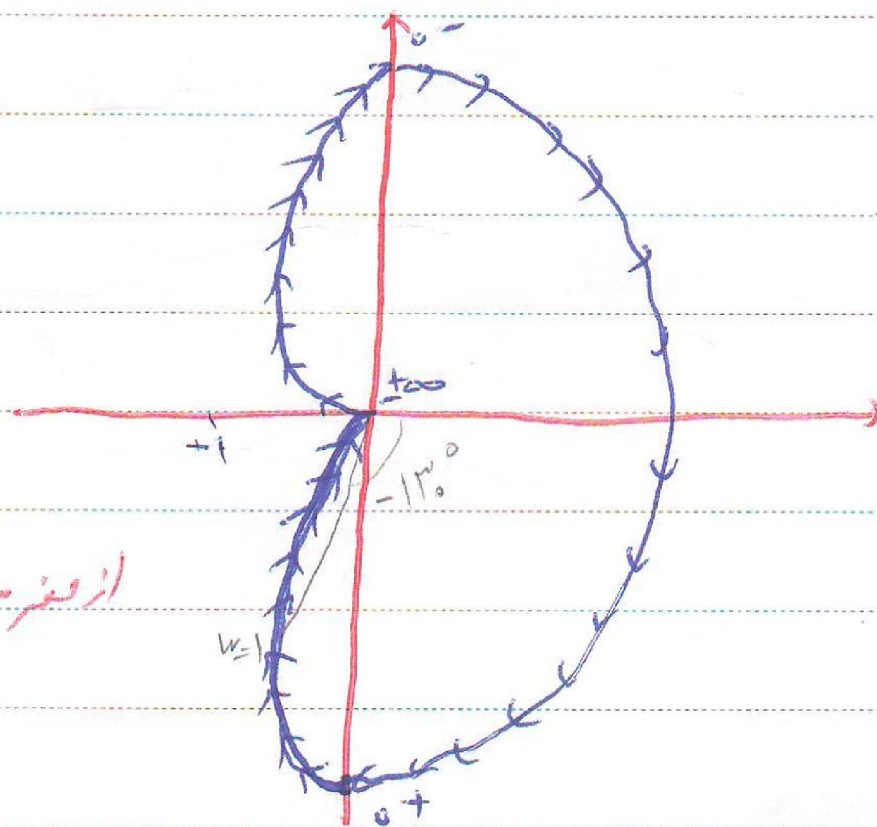
غیردار با محور را به دست می آوریم.

$$GH(jw) = \frac{1 \cdot (jw + 1)}{jw(jw + 1)(jw + 1)} \times \frac{(1 - jw)}{(1 - jw)} = \frac{1 \cdot (1 + w^2)}{(jw - w^2)(1 + w^2 - 90jw)}$$

$$= \frac{1 \cdot (1 + w^2)}{(1 + 91w^2)jw - w^2(w^2 + 910)}$$

هموار، حالت صفر
دی محور حقیقی را قطع نمی

هموار، حالت صفر
دی محور موهومی را قطع نمی کند



از صفر منفرجه به صفر منفرجه خلاف جهت کلاسیک به سمت صفر

$$N=0$$

$$P=0$$

P4PCO

$$\Rightarrow Z = N + P = 0 \text{ پس سیستم پایدار است}$$

Subject:

Year.

Month.

Date. ۱۳۴۶ ()

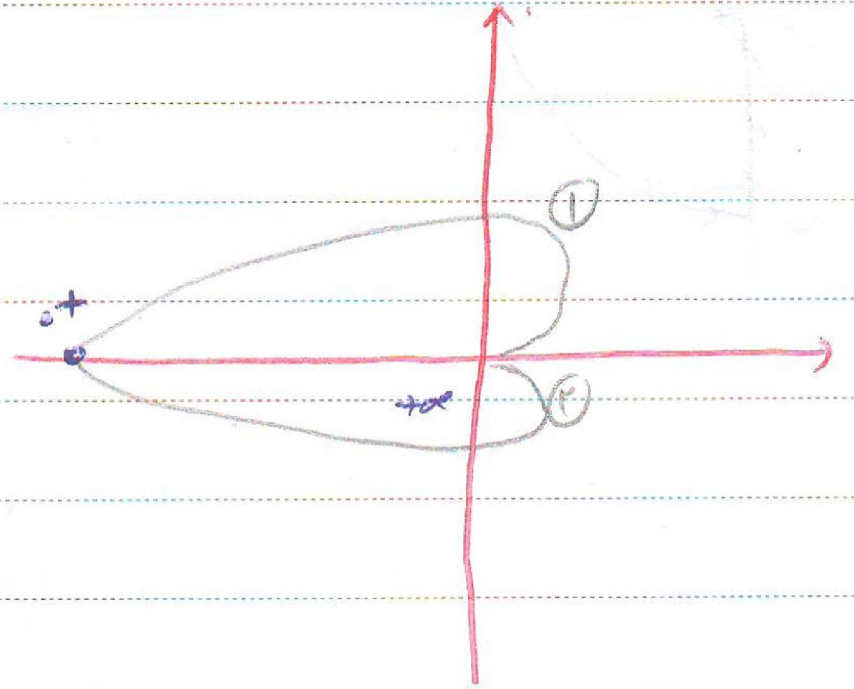
$$GH = \frac{k}{s^2(s+1)(s+2)}$$

$$GH(j\omega) = \frac{k}{-\omega^2(j\omega+1)(j\omega+2)}$$

۱/۱۳

$$\angle GH(j\omega) = -180^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega}{1} - \tan^{-1} \frac{\omega}{2}$$

$$\omega = 0^+ \Rightarrow \begin{cases} \angle GH(j\omega) = -180^\circ = 180^\circ \\ |GH(j\omega)| = \infty \end{cases}$$



$$\omega = +\infty \Rightarrow \begin{cases} \angle GH(j\omega) = -270^\circ = 90^\circ \\ |GH(j\omega)| = 0 \end{cases}$$

$$\omega = 1 \Rightarrow \angle GH(j1) = -180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1} \frac{1}{2} = -247^\circ$$

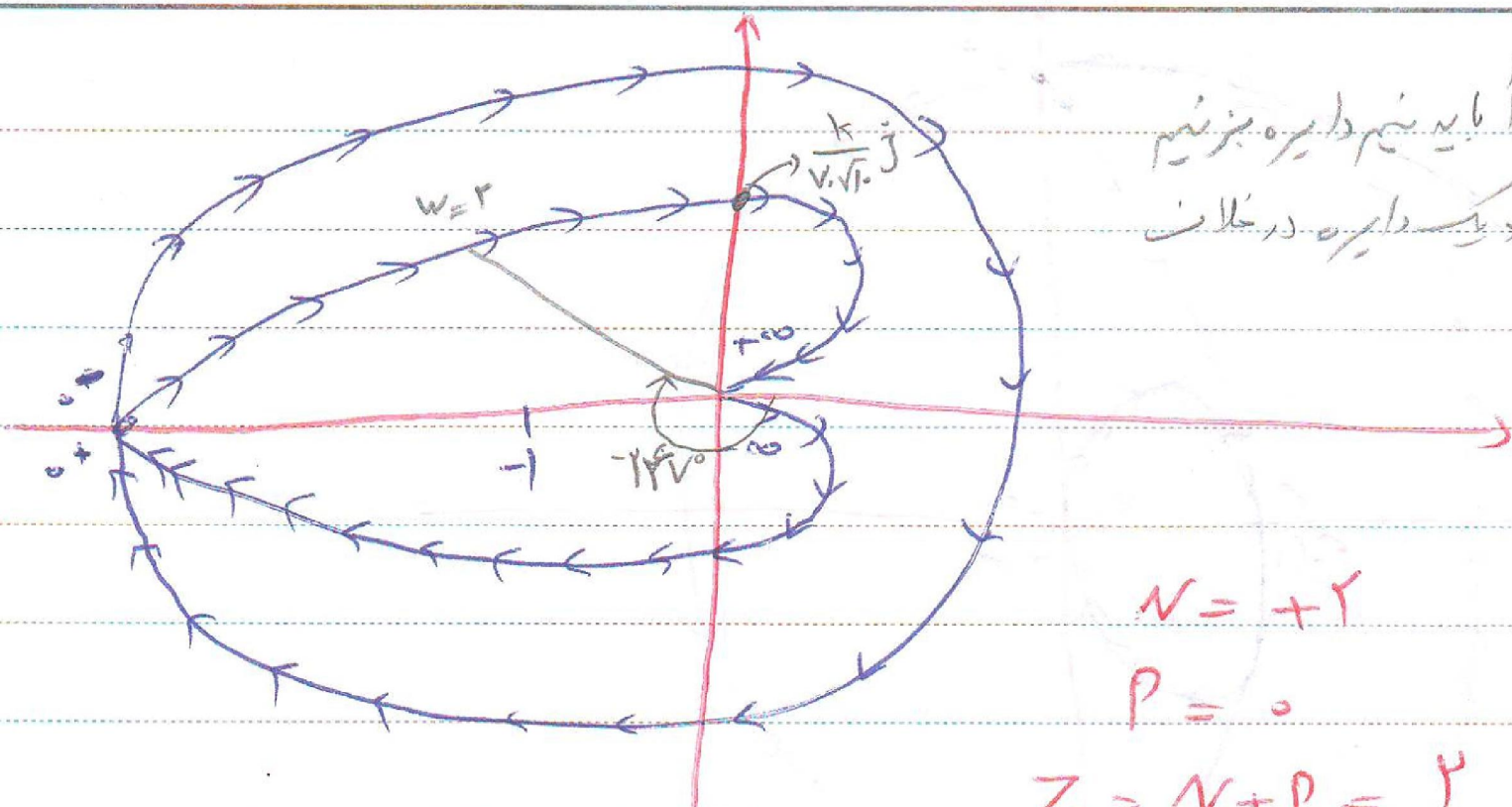
این مقدار ۱ در ۱ است

$$GH(j\omega) = \frac{k}{-\omega^2(1-\omega^2) - j\omega^3}$$

قسمت موهومی فقط
 $\omega = 0$ صفر است و در محور حقیقی قطع نمائید

$$\omega^2 = 1 \Rightarrow GH(j\omega) = \frac{k}{-j\omega^3} = \frac{k}{\omega^2} j\omega = \frac{k}{\omega^2} j$$

$$\omega^2 = 1 \Rightarrow \text{نقطه تلاقی} = \frac{k}{\sqrt{0.1}} j$$



به نظر در قطب در مبدأ باید نیم دایره بزنیم
 پس ۲ نیم دایره می شود یک دایره در خلاف
 جهت گانخور

$$N = +2$$

$$P = 0$$

$$Z = N + P = 2 \text{ یعنی سیستم ناپایدار است}$$

$$GH = \frac{k(s+1)(s+3)}{s^3}$$

حل:

$$GH(jw) = \frac{k(jw+1)(jw+3)}{-jw^3}$$

$$\angle GH(jw) = \tan^{-1} \frac{w}{1} + \tan^{-1} \frac{w}{3} - 270^\circ$$

$$w \rightarrow 0^+ \rightarrow \begin{cases} |GH| = \infty \\ \angle GH = -270^\circ \end{cases}$$

$$w \rightarrow \infty \rightarrow \begin{cases} |GH| = 0 \\ \angle GH = -90^\circ \end{cases}$$

$$w=1 \rightarrow \angle GH(j1) = 90 + \tan^{-1} \frac{1}{3} - 270^\circ = 90 + 18 - 270 = -20.7^\circ$$

$$GH(jw) = \frac{k(jw+1)(jw+3)}{-jw^3} = \frac{k(3.0 - w^2) + 3.0 kjw}{-jw^3}$$

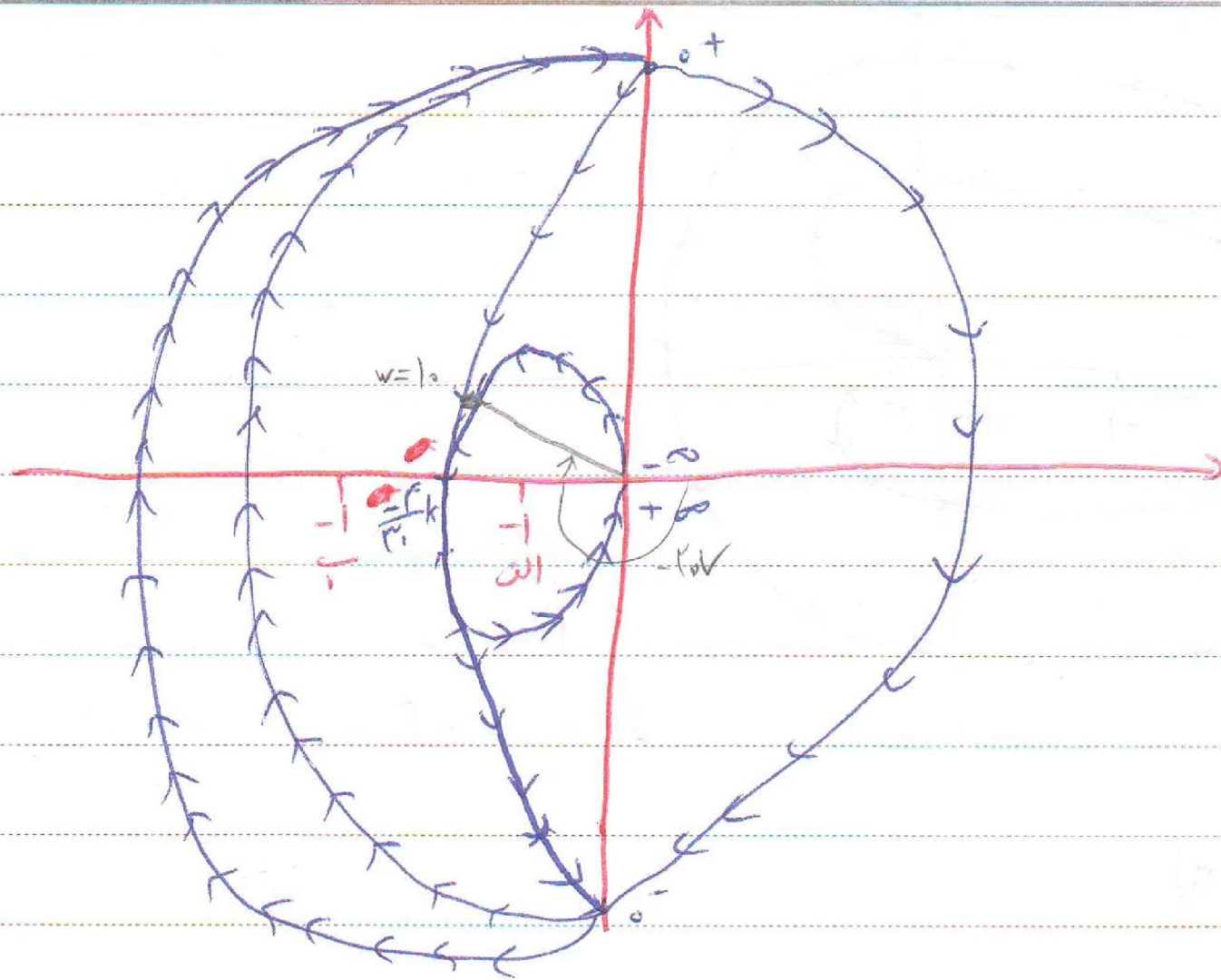
$$= \frac{-3.0 kw^2 + kj(3.0 - w^2)}{w^3}$$

$$= \frac{-3.0 k}{w^2} + j \frac{k(3.0 - w^2)}{w^3}$$

$$3.0 - w^2 = 0 \rightarrow 3.0 = w^2$$

$$\rightarrow \frac{-3.0 k}{w^2} = \frac{-3.0 k}{3.0} = -\frac{1}{k} k$$

Year. Month. Date. 11/ ()



alt) if $-1 > \frac{-f}{r_1} k \Rightarrow 1 < \frac{f}{r_1} k \Rightarrow f k > r_0 \Rightarrow k > \frac{r_0}{f} = v_0$

$$\Rightarrow N = -1 + 1 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ P = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow Z = 0 \quad \text{سیتم یکبار،}$$

$\gamma) \begin{cases} k < v, 0 \\ N = +r \end{cases} \Rightarrow z = r$

$$GH = \frac{ks(3+1)}{(3+1)(3+1)}$$

$$G/H(j\omega) = \frac{k(j\omega)(j\omega + 1)}{(j\omega + 1)(j\omega + 1.)}$$

P4PCO $\angle GH(j\omega) = 90^\circ + \tan^{-1} \omega - \tan^{-1} \frac{\omega}{r} - \tan^{-1} \frac{\omega}{1}$

Subject:

Year:

Month:

Date: 13/11/20

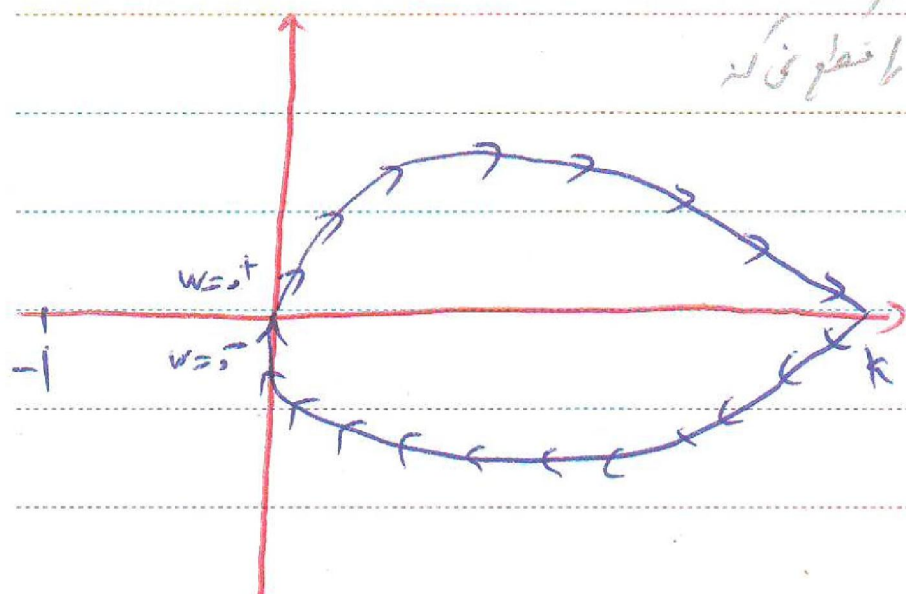
$$w = 0^+ \rightarrow \begin{cases} |GH| = 0 \\ \angle GH = 90^\circ \end{cases}$$

$$w = +\infty \rightarrow \begin{cases} |GH| = k \\ \angle GH = 0^\circ \end{cases}$$

$$GH = \frac{k(jw)(jw+1)}{(1-w^2)+12jw} \times \frac{(1-jw)}{(1-jw)} = \frac{kjw(1+w^2)}{(1-w^2)+12jw-jw(1-w^2)+12w^2}$$

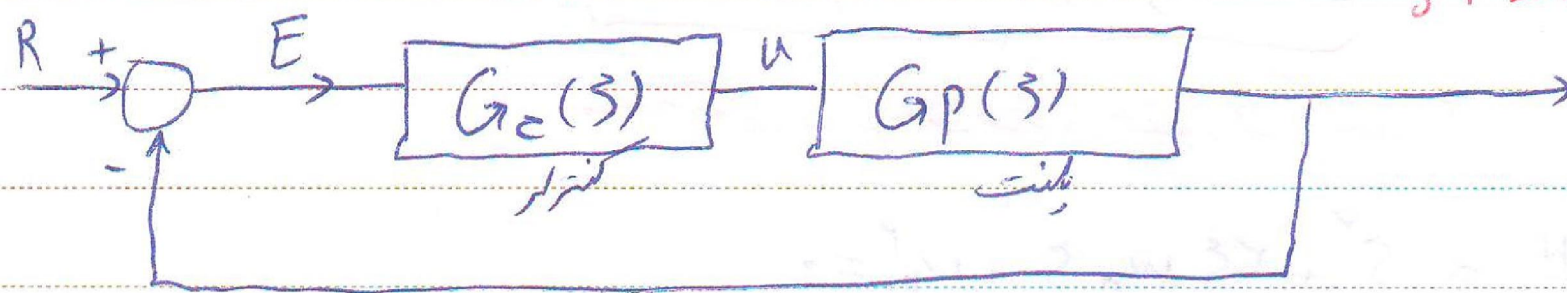
$$= \frac{kjw(1+w^2)}{(1-w^2)-jw(1+w^2)} = \frac{-kw(1+w^2)}{w(1+w^2)+j(1-w^2)}$$

همواره ثابت صفر
پس محور حقیقی را قطع نمی کند
همواره ثابت صفر
پس محور حقیقی را قطع نمی کند



$$\left. \begin{matrix} N=0 \\ P=0 \end{matrix} \right\} \rightarrow Z=0$$

سیستم پایدار است



کنترل کننده PID

$$\frac{U(s)}{E(s)} = G_c(s) = k_p + k_p s + \frac{k_I}{s}$$

$$u = k_p e(t) + k_p \dot{e}(t) + k_I \int e(t) dt$$

مقادیر دفرانسیل

کنترل کننده‌های خوب است که علاوه بر خطا ~~خطا~~ نرخ افزایش خطا $(k_p \dot{e}(t))$ را در برگیرد و همچنین

حافظه دار باشد $(k_I \int e(t) dt)$

PID تعیین می‌کند که بر هر کدام از موارد، خطا، نرخ افزایش و همچنین عقبه چه مقدار بها دهد.

$$G(s) = G_c(s) G_p(s)$$

P controller

$$G_c(s) = k_p$$

$$G_p(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\xi\omega_n)}$$

$$G(s) = G_c G_p = \frac{k_p \omega_n^2}{s(s + 2\xi\omega_n)}$$

$$\xrightarrow{H=1} 1 + GH = s^2 + 2\xi\omega_n s + k_p \omega_n^2 = 0$$

مادر مستطی سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده P

$$1 + GH = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

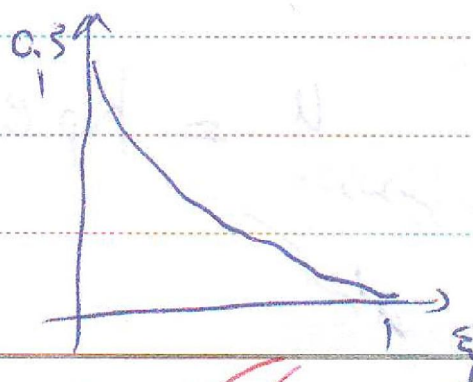
مادر مستطی سیستم حلقه بسته بدون احتساب کنترل کننده

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + k_p \omega_n^2 = s^2 + 2\xi'\omega_n' s + \omega_n'^2 = 0$$

سیستم مخزن استاندارد

$$k_p \uparrow \longrightarrow \omega_n' \uparrow$$

$$\omega_n^2 = 2\xi'\omega_n' \longrightarrow \xi' \downarrow \longrightarrow 0.5 \uparrow$$



یعنی با یک کنترلر (پایسومتر) میزان 0.5 را تنظیم کرد و افزایش داد.

Subject:

Year:

Month:

Date:

۱۳۹۰

$$t_R = \frac{\pi - \cos^{-1} \xi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$$

با توجه به رابطه زیر داریم:

$$\xi \downarrow \longrightarrow t_R \downarrow$$

PD controller

$$G_c(s) = k_p + k_d s$$

$$\Rightarrow G = G_c G_p = \frac{(k_p + k_d s) \omega_n^r}{s(s + 2\xi \omega_n)}$$

$$\underline{H=1} \Rightarrow 1 + GH = s^r + (2\xi \omega_n + k_d \omega_n^r) s + k_p \omega_n^r = 0$$

$$s^r + (2\xi \omega_n + k_d \omega_n^r) s + k_p \omega_n^r = s^r + 2\xi' \omega_n' s + \omega_n'^r = 0$$

سیستم غیر نوسانی

$$\text{اگر: } \begin{cases} k_p: \text{cte} \\ k_d \uparrow \end{cases} \Rightarrow \omega_n' \uparrow \longrightarrow \xi' \downarrow \longrightarrow \omega_n \uparrow \longrightarrow t_R \downarrow$$

$$\text{اگر: } \begin{cases} k_d \uparrow \\ k_p: \text{cte} \end{cases} \Rightarrow \omega_n' \text{ تغییر نمی‌کند}, 2\xi' \omega_n' \uparrow \longrightarrow \xi' \uparrow \longrightarrow \omega_n \downarrow \longrightarrow t_R \uparrow$$

PI controller

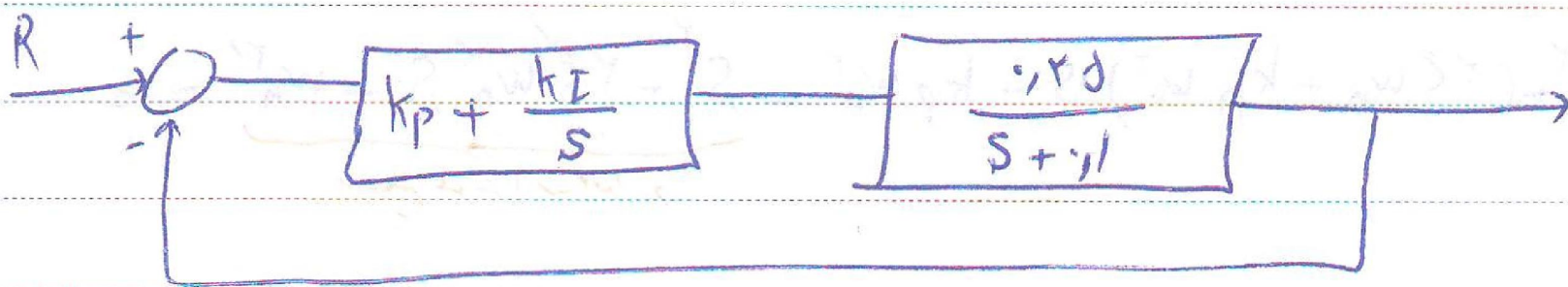
$$G_c(s) = k_p + \frac{k_I}{s}$$

$$G(s) = G_c G_p = \frac{(k_p s + k_I) \omega_n^2}{s^2 (s + 2\xi \omega_n)}$$

چون k_I نوع سیستم را زیاد کند پس خطای ماندگار را کم می کند

مثال: k_I را طوری انتخاب کنید که خطای ماندگار سیستم برای ورودی شیب واحد مساوی ۰.۴ شود

و k_p را طوری انتخاب کنید که سیستم دارای میرایی بحرانی شود



$$G(s) = G_c(s) G_p(s) = \frac{0.20 (k_p s + k_I)}{s(s + 0.1)}$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \frac{0.20 k_I}{0.1} = 2.0 k_I$$

$$e_{ss} = 0.4 \Rightarrow \frac{1}{k_v} = \frac{1}{2.0 k_I} \Rightarrow k_I = 1$$

$$\underline{k_I = 1} \rightarrow 1 + G(s) = s^2 + \underbrace{s(0.1 + 0.20 k_p)}_{2\xi \omega_n} + \underbrace{0.20}_{\omega_n^2} = 0$$

$$\omega_n^2 = 0.20 \Rightarrow \omega_n = 0.447$$

Subject:

Year. Month. Date. 14/ ()

$$25W_n = 2 \times 1 \times 0.5 = 1 = 0.1 + 0.9 k_p$$

$$\Rightarrow 0.9 k_p = 0.9 \Rightarrow k_p = 1$$

دستگاه را به $k_p = 1$ تنظیم می‌کنیم.