

پاسخ سوال اول:

$$T_m - B_m \ddot{\theta}_m - k(\theta_m - \theta_L) = J_m \ddot{\theta}_m$$

$$k(\theta_m - \theta_L) - B_L \ddot{\theta}_L = J_L \ddot{\theta}_L$$

پاسخ سوال دوم: فقط یک حلقه نمی داریم:

$$L_1 = -\frac{1}{s+2} \frac{1}{s+4}$$

سیرهای مستقیم
از x به y $\Rightarrow P_1 = \frac{1}{s+2}$

$$P_2 = \frac{1}{s+5} \frac{1}{s+2}$$

$$P_3 = \frac{1}{s+2} \frac{1}{s+4} \frac{2}{s}$$

$$P_4 = \frac{1}{s+5} \frac{1}{s+2} \frac{1}{s+4} \frac{2}{s}$$

تمام سیرهای فوق، حلقه L_1 را قطع می کنند پس $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{X} = \frac{\frac{1}{s+2} + \frac{1}{(s+5)(s+2)} + \frac{2}{s(s+2)(s+4)} + \frac{2}{s(s+5)(s+2)(s+4)}}{1 + \frac{1}{(s+2)(s+4)}}$$

$$= \frac{s(s+5)(s+4) + s(s+4) + 2(s+5) + 2}{s(s+5)(s+2)(s+4)}$$

$$= \frac{s(s+5)(s+2)(s+4)}{(s+2)(s+4) + 1}$$

$$\frac{s(s+5)}{(s+2)(s+4)}$$

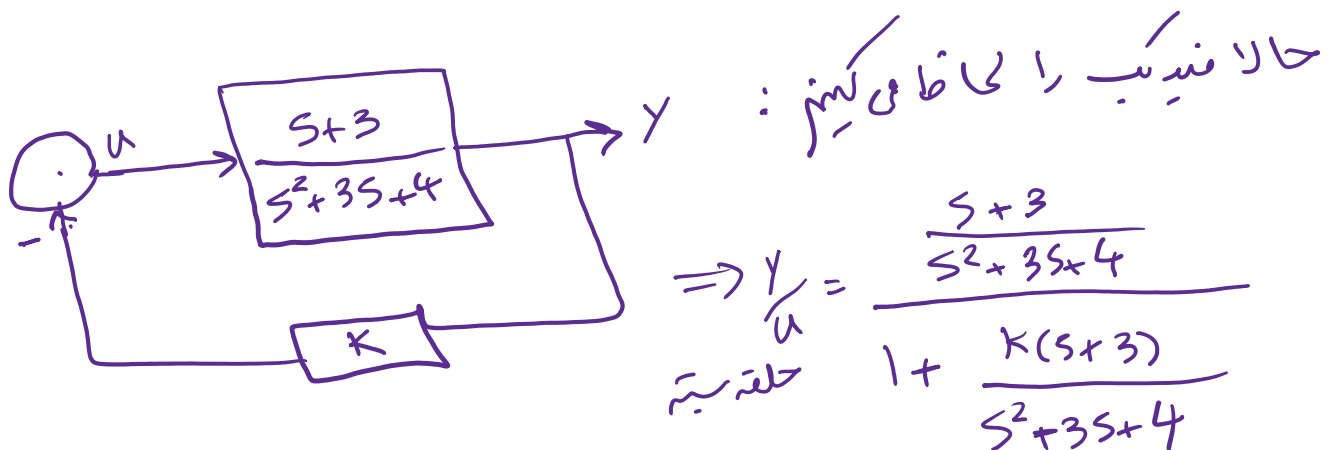
$$= \frac{s^3 + 9s^2 + 20s + s^2 + 4s + 2s + 10 + 2}{s(s+5)(s^2 + 6s + 8 + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{s^3 + 10s^2 + 26s + 12}{s(s+5)(s^2 + 6s + 9)}$$

پاسخ سوال سوم: ابتدا تابع انتقال $\frac{Y}{U}$ را می یابیم داریم:

$$\begin{cases} L_1 = -\frac{3}{s} \\ L_2 = -\frac{4}{s^2} \end{cases} \quad \begin{cases} p_1 = \frac{3}{s^2}, \Delta_1 = 1 \\ p_2 = \frac{1}{s}, \Delta_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{3}{s^2} + \frac{1}{s}}{1 + \frac{3}{s} + \frac{4}{s^2}} = \frac{3 + s}{s^2 + 3s + 4}$$



$$\Rightarrow \text{معادله مشخصه} = s^2 + 3s + 4 + K(s+3)$$

$$\Rightarrow \text{معادله معضنه} = s^2 + 3s + 4 + k(s+3)$$

$$= s^2 + (3+k)s + 4 + 3k$$

$$s^2 \quad 1 \quad 4+3k \rightarrow A(s) = s^2 + (4+3k)$$

$$s^1 \quad 3+k \quad 0 \rightarrow 3+k=0 \rightarrow k=-3$$

$$s^0 \quad 4+3k \quad 0$$

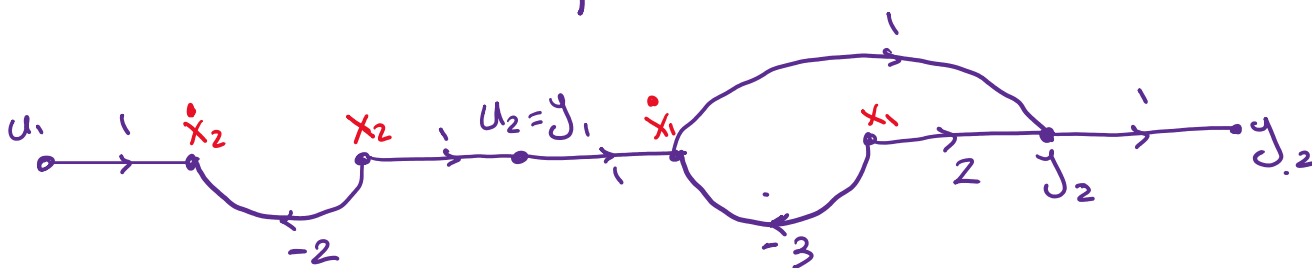
$$A(s) = s^2 + (4-9) = 0$$

$$\Rightarrow s^2 - 5 = 0$$

$$s^2 = 5 \rightarrow s = \pm \sqrt{5}$$

یعنی دو ریشه حقیقی متقارن باعث صفر شدن یکدیگر شده و سیستم ناپایدار است به ازای $k=3$. پس گزینه "د" صحیح است.

پاسخ سوال چهارم: برای بدست آوردن معادلات حالت باید شرط‌های s را از دیگرام حالت گرفت کنیم داریم:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 3x_1 \\ \dot{x}_2 = u - 2x_2 \end{cases}$$

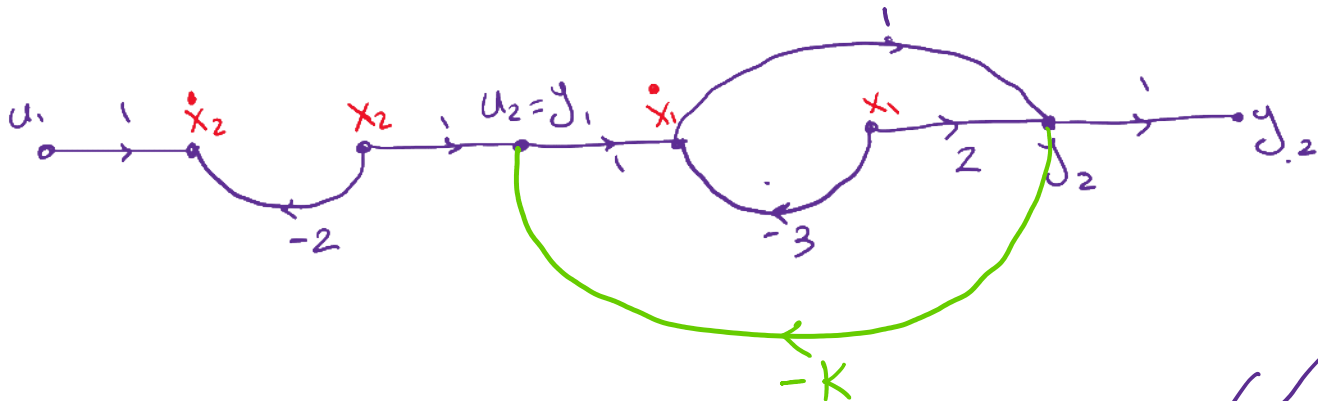
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u$$

$$y_2 = 2x_1 - 3x_1 + x_2 = -x_1 + x_2 \Rightarrow y = \underbrace{[-1 \quad 1]}_C \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_B$$

$$S = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |S| = -1 \neq 0 \text{ کنترول پذیر است.}$$

$$M = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow |M| = 0 \Rightarrow \text{اولیت پذیر نیست.}$$

(ب) حال $u_2 = -Ky_2$ را روی دیاگرام حالت اعمال کرده و مجدداً مدار را به حالت رای نویسیم.



دقت کنید که حالا حلقه تشکیل شده و حتماً باید Δ را تشکیل دهیم: $\Delta = 1 + K$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{-3-2K}{1+K} x_1 + \frac{1}{1+K} x_2 \\ \dot{x}_2 = u - 2x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{-3-2k}{1+k} & \frac{1}{1+k} \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{1+k} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |K| = \frac{-1}{1+k}$$

همواره، همان منفی: $|K| = \frac{-1}{1+k}$

برای تمام مقادیر k ←
سیستم حلقه بسته کنترل پذیر خواهد بود.