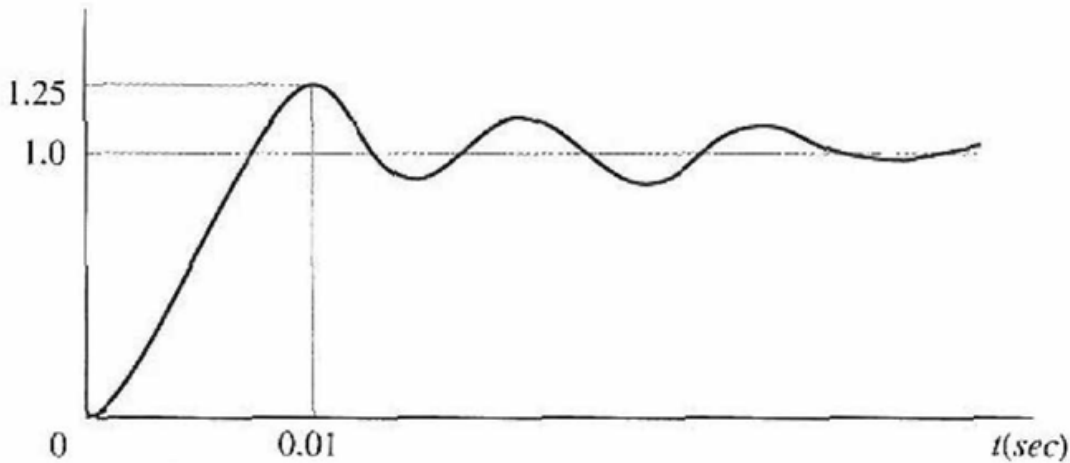


پاسخنامه امتحان خفای درس کنترل - ۳، ۱۱، ۱۴۰۲

سوال اول:



$$\text{overshoot} = 0.25 = e^{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \ln 0.25 = \ln \left(e^{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \right)$$

$$-1.386 = \frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow 1.92 = \frac{\pi^2 \zeta^2}{1-\zeta^2}$$

$$\Rightarrow 1.92 - 1.92 \zeta^2 = 9.184 \zeta^2$$

$$1.92 = 11.184 \zeta^2$$

$$\Rightarrow \zeta^2 = 0.1719 \Rightarrow \zeta = 0.41$$

$$t_{\max} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.1$$

(1)

$$\Rightarrow 0.1 = \frac{0.12}{\omega_n \sqrt{1-(0.2)^2}} = \frac{0.12}{\omega_n \sqrt{0.84}} \Rightarrow \omega_n = 1.2316$$

$$\Rightarrow 0.1 = \frac{0.12}{0.914 \omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{0.12}{0.0914} = 1.313$$

$$\omega_n = 1.313$$

(20)

$$\Rightarrow \text{معادله حیف} = S^2 + 2\zeta \omega_n S + \omega_n^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{جایگزینی} \Rightarrow S^2 + 2 \times 0.2 \times 1.2316 S + 1.2316^2 = 0$$

$$\Rightarrow S^2 + 0.4926 S + 1.517 = 0$$

(10)

$$1 + GK = S^2 + 2S + (K+2)S + 2K$$

سوال دوم:

ابتدا برای بدست آوردن GH ، معادله مشخصه داده شده را بر هم میزنیم
 مستقل از K تقسیم می کنیم.

$$s^3 + 3s^2 + 2s + Ks + 5K = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } s^3 + 3s^2 + 2s} 1 + \frac{K(s+5)}{s^3 + 3s^2 + 2s} = 0 \quad (15)$$

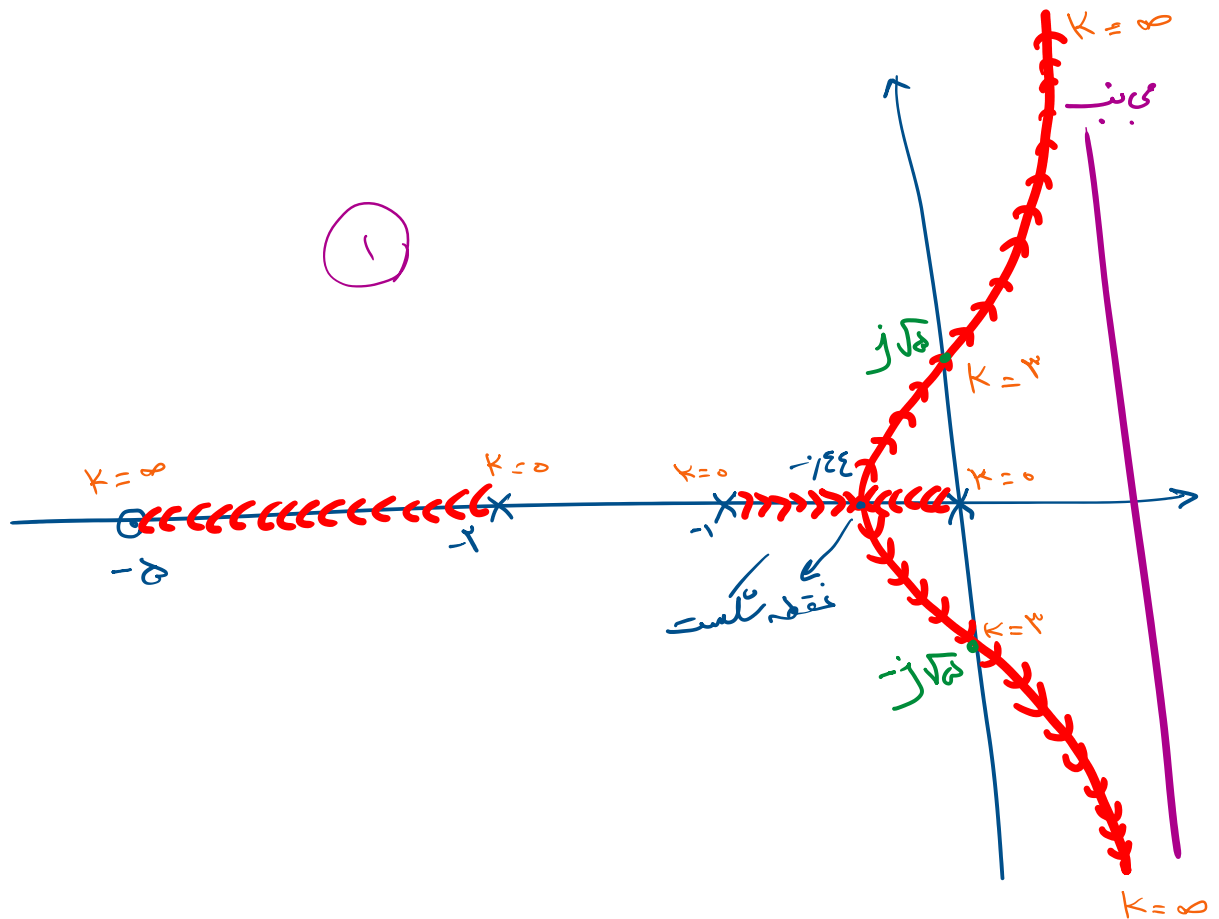
$$\Rightarrow GH = \frac{K(s+5)}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{K(s+5)}{s(s+1)(s+2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 : \text{صفر} \\ 0, -1, -2 : \text{قطبها} \end{cases}$$

$$\# \text{ ب.ب} = 3 - 1 = 2$$

$$\angle \text{ب.ب} = \frac{0 - 1 - 2 - (-5)}{2} = 1 \quad (25)$$

$$\angle \text{ب.ب} = \frac{(2q+1)}{2} \times 180^\circ = \begin{cases} 90^\circ \\ 270^\circ \end{cases} \quad (35) \quad q=0, 1$$



یاب نقطه شکست :

$$GH = \frac{K(s+5)}{s(s+1)(s+2)} = -1$$

$$\Rightarrow K = \frac{-s(s+1)(s+2)}{(s+5)} = \frac{-(s^3 + 3s^2 + 2s)}{(s+5)}$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{ds} = \frac{-(3s^2 + 4s + 2)(s+5) + (s^3 + 3s^2 + 2s)}{(s+5)^2} = 0$$

②

$$\Rightarrow -3s^3 - 4s^2 - 2s - 15s^2 - 30s - 10 + s^3 + 3s^2 + 2s = 0$$

$$\Rightarrow -2s^3 - 11s^2 - 28s - 10 = 0$$

$$\Rightarrow -25 - 125 - 205 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow S^3 + 9S^2 + 14S + 5 = 0$$

این‌های ساده بالا در صله داده شده است عبارتند از :

$$\begin{cases} -1.6275 \quad \checkmark \\ -14.9 \quad \times \\ -4.9632 \quad \times \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{غیر قابل قبول هستند زیرا} \\ \text{جزو مکان نمی باشند} \end{array} \right\}$$

حاسبه نقطه تلاقی مکان با محور موهومی :

$$1 + 6H = S^3 + 3S^2 + 2S + KS + 5K = 0$$

$$S^3 \quad 1 \quad K+2$$

$$S^2 \quad 3 \quad 5K \rightarrow A(s) = 3S^2 + 5K$$

$$S^1 \quad \frac{3K+2-5K}{2} \quad 0 \rightarrow 4-2K=0 \Rightarrow K=2$$

$$S^0 \quad 5K \quad 0$$

$$A(s) = 3S^2 + 5K = 3S^2 + 5 \times 2 = 3S^2 + 10 = 0$$

$$\Rightarrow S^2 = -\frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow S = \pm j\sqrt{\frac{10}{3}}$$

نتیجه : به ازای $K=2$ تمام قطب‌های سیستم حلقه بسته

نتیجه: به ازای $K < 3$ تمام قطب‌های سیستم حلقه بسته

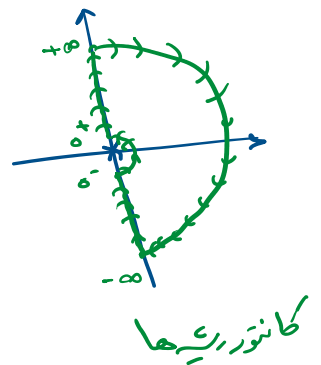
کمیچ محور موهومی بوده و سیستم ناپایدار می‌باشد. به ازای

$K=3$ سیستم ناپایدار حاشیه‌ای یا نوسانی خواهد بود.

$$G_H = \frac{K}{s(s+2)(s+10)}$$

$$G_H(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+2)(j\omega+10)}$$

سوال سوم:



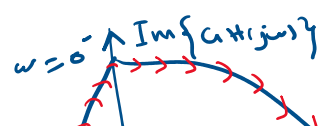
$$\Rightarrow \angle G_H(j\omega) = -90^\circ - \frac{\omega}{4} - \frac{\omega}{10}$$

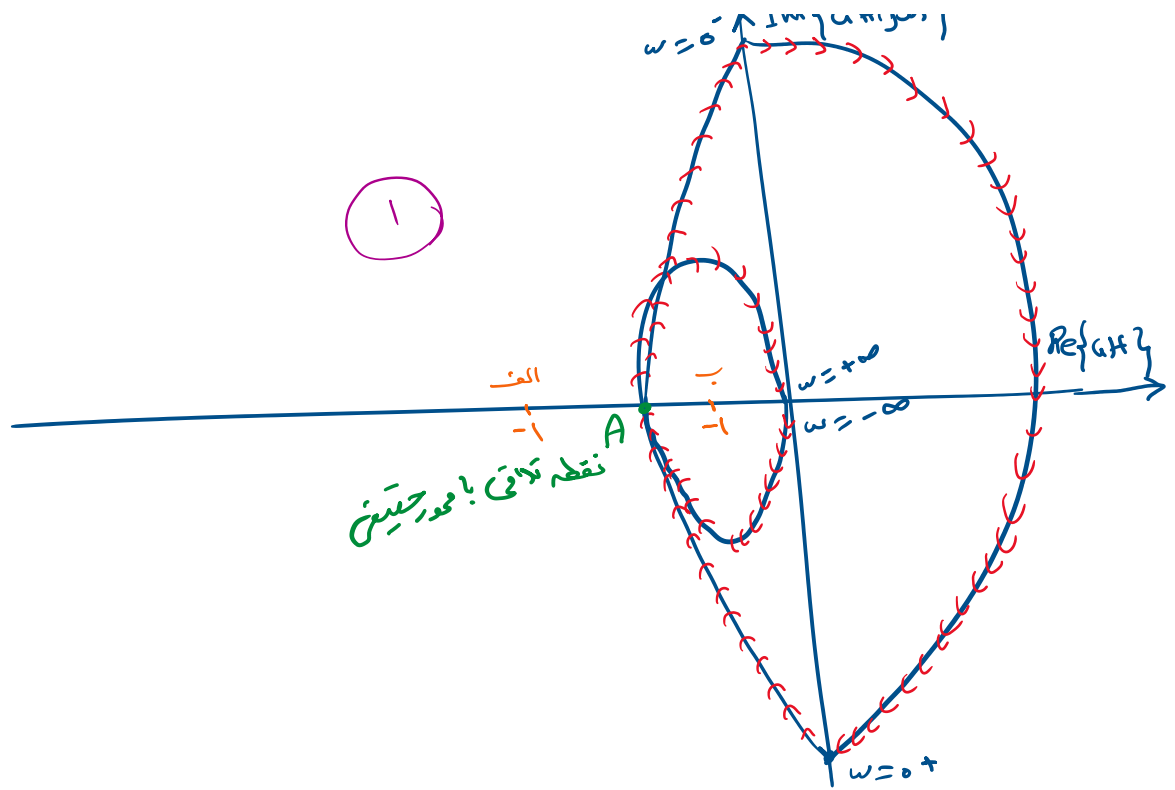
$$\omega = 0^+ \Rightarrow \begin{cases} \angle G_H(j0^+) = -90^\circ - 0 - 0 = -90^\circ \\ |G_H(j0^+)| = \infty \end{cases}$$

$$\omega = +\infty \Rightarrow \begin{cases} \angle G_H(j\infty) = -90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = -270^\circ = 90^\circ \\ |G_H(j\infty)| = 0 \end{cases}$$

$$\omega = 2 \Rightarrow \angle G_H(j2) = -90^\circ - 25^\circ - \frac{2}{10} = -114.5^\circ$$

یعنی در ربع سوم قرار دارد.





میان نقطه تلاقی مایک نسبت با محور حقیقی:

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s(s^2 + 2s + 10)} = \frac{k}{s(2 - \omega^2 + 12j\omega)}$$

$$= \frac{k}{-12\omega^2 + j\omega(2 - \omega^2)}$$

برای پیدا کردن نقطه تلاقی با محور حقیقی باید سمت موهومی صفر شود، لذا داریم:

$$2 - \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = 2$$

حال $\omega^2 = 2$ را در $G(s)H(s)$ جایگذاری کرد تا منحنیات نقطه تلاقی

با محور حقیقی بدست آید:

$$G(s)H(s) \Big|_{\omega^2=2} = \frac{k}{-12 \times 2} = \frac{-k}{24} = A$$

در شکل نشان داده شده است.

۱۵

تحلیل بایهاری:

الف) اگر A از -1 کوچکتر باشد داریم:

$$A < -1 \Rightarrow \frac{-K}{46} < -1 \Rightarrow \frac{K}{46} > 1 \Rightarrow K > 46.$$

در این حالت داریم:

$$\left(\begin{array}{l} P=0 \\ N=+2 \end{array} \right) \Rightarrow Z = N + P = 2 \Rightarrow \text{سیستم ناپایدار}$$

خودار نایکوسیت -1 را دو دور هم محبت با کانتور دور می‌زند.

است با دوری کم است صفحه S .

ب) اگر A از -1 بزرگتر باشد داریم:

$$A > -1 \Rightarrow \frac{-K}{46} > -1 \Rightarrow \frac{K}{46} < 1 \Rightarrow K < 46.$$

در این حالت خودار نایکوسیت -1 را دور نمی‌زند و داریم:

$$\left(\begin{array}{l} P=0 \\ N=0 \end{array} \right) \Rightarrow Z = N + P = 0 \Rightarrow \text{سیستم پایدار است}$$